

entrer en numération par les petites quantités

En se limitant aux petits nombres, on ne tend pas à simplifier la tâche des élèves, mais on cherche à comprendre comment les amener à investir l'usage des nombres et la reconnaissance de propriétés qui se retrouvent sur les plus grands nombres.

On peut dans l'usage des petits nombres identifier des pistes pédagogiques qui correspondent à des attendus de l'école maternelle :

- réciter la suite orale des nombres de 1 à 5, 6 ou 7
- constituer une collection d'objets de cardinal imposé (ex : prends 5 cubes parmi un grand nombre de cubes)
- dénombrer une collection d'objets (ex : 5 cubes sont posés devant l'élève et il doit les dénombrer et en désigner le cardinal)
- constituer une collection équipotente à une première collection (ex : prendre des jetons pour en placer exactement 1 sur chaque cube de la collection de 5)
- modifier le cardinal d'une collection à laquelle on a ajouté (ou retiré) un élément (ex : après dénombrement d'une collection de 4 objets → désigner le cardinal de cette collection à laquelle on ajoute 1 élément juste à la fin du premier dénombrement)
- prendre une collection d'objets correspondant à la somme de plusieurs collections inférieures (ex : commander une carte avec 5 emplacements pour des jetons alors qu'on nous a fourni 2 boîtes dans lesquelles sont placés 2 et 3 jetons).

Toutes ces situations appartiennent au répertoire pédagogique d'un-e enseignant-e de maternelle mais ne relèvent pas des mêmes compétences et ne mobilisent pas des processus cognitifs similaires. Elles ont toutes leur place dans le parcours des élèves en maternelle mais les finalités et les enjeux varient, de même que les effets sur les apprentissages.

Le choix d'entrer par les petits nombres ou petites quantités peut être intéressant pour comprendre comment des compétences sont mobilisées par des enfants ayant le plus de difficultés : le recours à la mémoire de travail, l'automatisation de procédures, la compréhension de faits numériques (par ex : le principe d'itération de 1), l'engagement dans la tâche, la mémorisation à long terme des représentations des nombres.

A ce niveau, il s'agit de rechercher comment dans des situations qui mettent en jeu les petits nombres, les élèves construisent des capacités à utiliser des représentations différentes des nombres : analogiques (avec plusieurs modèles), désignation orale. Mais aussi comment ils parviennent à établir des relations entre ces différentes représentations.

On ne cherche pas à impliquer la représentation écrite des nombres avant la MS.

Dans les pages suivantes, plusieurs propositions vont impliquer le principe de reconnaissance directe (ou subitizing). On sait aujourd'hui la relation entre ces premiers niveaux de maîtrise et les niveaux supérieurs. On sera toutefois amené à dépasser ce seuil numérique de 4 pour envisager un travail avec des collections de 6 à 8 éléments. Les pistes de travail suivantes ne constituent pas une progression établie et validée. Elles offrent des points de passages pour conduire des activités autour des premiers nombres.



COMPRENDRE QU'UNE COLLECTION EST UN ENSEMBLE FINI

Il s'agit ici d'amener les élèves à manipuler de « grandes » collections pour concevoir le fait que chaque collection est un ensemble fini. Il s'agit aussi de leur permettre de repérer la relation entre l'unité (l'objet) et le tout (l'ensemble des objets)

1 – compléter une collection en associant à chaque élément de la première collection un élément issu d'un second ensemble.

La notion de collection et de quantité se construisent principalement dans la comparaison ou la correspondance entre 2 collections. On peut donc constituer des matériels qui rendent possible l'association de 2 collections.

Exemple d'éléments associables :

1. alvéoles d'œufs // jetons ou boules de cotillons \Rightarrow placer une boule dans chaque alvéole
2. planches de fleurs (voir document joints) // jetons \Rightarrow placer un jeton au centre de chaque fleur (pour matérialiser le cœur de la fleur)
3. bouchons en plastique // boules de cotillons, cubes ou jetons \Rightarrow placer un cube (ou boule ou jeton) dans chaque bouchon
4. cubes // jetons \Rightarrow couvrir chaque cube avec un jeton

On peut concevoir un premier ensemble de variables à partir de ces supports, selon si les éléments sont déplaçables (3 / 4) ou non (1 / 2), et disposés de façon structurée (1 / 2) ou aléatoire (2).

situation 1

Un élève reçoit un support (sac de bouchons, sacs de cubes, plaques alvéoles, planches dessinées,...) qu'il positionne devant lui. Il doit disposer sur chaque élément de ce support un objet qu'il prend dans la réserve placée devant lui.

Rôle de l'élève	Rôle de l'enseignant-e
Disposer un et un seul objet sur chaque élément du support.	Comprendre comment les élèves agissent, par quel moyen ils complètent \rightarrow anticipation ou pas / organisation de l'espace de travail / continuité dans l'action...
Repérer quand la collection est complétée entièrement \Rightarrow on ne peut plus en ajouter	Accompagner verbalement l'activité des élèves \rightarrow valoriser les actions \rightarrow encourager et donner à voir l'avancée dans la réalisation de la tâche.
Chercher et comprendre une organisation qui assure de ne pas oublier d'éléments	Varié les supports des collections (voir ci-dessus) \rightarrow les bouchons (ou objets déplaçables) sont placés dans un contenant ; les élèves doivent les disposer sur la table.

Cette tâche est plutôt aisée pour les élèves de PS ; elle est importante pour concrétiser quand une collection est complète. Cette concrétisation va constituer un point d'appui pour mieux représenter le but des tâches plus complexes à venir.

Situation 2

On utilise les mêmes supports que dans la situation 1.

Une différence essentielle est introduite : **mettre à distance la collection initiale et la seconde collection d'objets à prendre.**

Les élèves vont devoir se déplacer pour prendre des objets nécessaires à la constitution de la seconde collection.

La situation peut évoluer par la mise en place de variables didactiques progressives et par des variations dans les dispositifs.

Variables didactiques et observables

1 – La réalisation de la tâche est faiblement contrainte.

Les élèves ne sont pas limités sur le nombre d'objets qu'ils peuvent ramener ; il est possible qu'ils rapportent trop, voire beaucoup trop d'objets. Leur activité peut être régulée par deux contraintes supplémentaires:

- compléter exactement la collection initiale sans dépasser et sans en oublier
- rapporter les objets en trop dans la réserve.

Il est possible aussi que des élèves rapportent des objets en petites quantités et fassent plusieurs déplacements pour compléter exactement la collection.

2 – Introduction d'une contrainte : ne pas dépasser le nombre d'objets nécessaires.

Une boîte supplémentaire (« poubelle ») est disposée à côté de la collection initiale. Les élèves devront y déposer les objets rapportés en trop. Cet aménagement permet de définir le critère de réussite : **pour gagner il faut mettre exactement un objet dans chaque emplacement et ne pas en avoir dans la poubelle (= ne pas en rapporter trop).**

3 – Utilisation d'une « boîte tirelire ».

La boîte utilisée pour transporter les objets est munie d'un couvercle percé. Les élèves doivent y glisser les objets et ne voient ainsi pas la collection se constituer. Ils doivent alors estimer la quantité construite. C'est bien ce processus d'estimation qui est en jeu.

Variations dans les dispositifs

1 – Chaque élève travaille individuellement au sein d'un petit groupe.

2 – Les élèves sont constitués en binôme : ils doivent se déplacer à tour de rôle pour prendre des objets.

Dans ces deux premières situations, on peut prêter une attention particulière aux évolutions dans les procédures des élèves. On observera particulièrement la façon dont les élèves gèrent la fin de l'activité, quand il reste un nombre très limité d'objets manquants.

3 – travail collectif au sein d'un petit groupe piloté par l'enseignant-e

L'enjeu de ce travail est d'amener une réflexion collective que l'activité individuelle ou de binômes ne permet pas d'installer.

L'enseignant-e dispose devant elle une collection d'objets (ex : bouchons). Elle a également une réserve importante d'objets (ex : cubes). Elle montre dans ses mains ou dans un récipient transparent des collections successives de cubes et demandent aux élèves si elle peut les placer dans les bouchons sans risque de dépasser. Il s'agit de mobiliser des capacités d'estimation pour reconnaître et pour comparer des quantités.

CONSTITUER 2 PETITES COLLECTIONS ÉQUIPOTENTES

Cette situation fait directement suite à la précédente. Un scénario proche est proposé sur le site Mathernelle (<http://mathernelle.free.fr/boiteoeufetcotillons.html>) sous le titre : « boîte d'œufs et cotillons ».

Les pistes proposées ci-dessous s'appuient sur cette proposition en offrant quelques variables importantes pour amener les élèves à :

utiliser les petits nombres sous différents représentations

comprendre les premiers éléments structurant le système décimal (principe d'itération de 1 = chaque nombre s'obtient en ajoutant 1 au précédent)

situation 1 : constituer deux collections équipotentes

Les élèves reçoivent une collection comprise entre 1 et 5.

Le support varie selon les critères suivants :

- objets déplaçables (ex : cubes, jetons, bouchons...)
- objets figurés et disposés de façon structurée (ex : disques tracés sur feuille...)
- objets structurés (ex : alvéoles de boîtes d'œufs...)
- objets figurés et disposés de façon aléatoire

Les élèves doivent composer une seconde collection équipotente. La tâche est complexifiée par les variables suivantes :

1 - Tout le matériel est à disposition sur une table

⇒ composer sur sa table une collection qui permet d'associer chaque élément de la collection 1 à un élément de la collection 2.

2 - Les objets pour constituer la seconde collection sont placés à distance

⇒ composer une collection équipotente en un seul déplacement

→ les élèves disposent d'une boîte pour transporter la seconde collection

3 – Les élèves reçoivent une collection d'objets déplaçables (boules, jetons, cubes) dans un sachet transparent qu'ils ne peuvent pas ouvrir.

⇒ ils doivent aller chercher un support qui permettra de disposer chaque objet

exemple : l'élève reçoit un sachet qui contient 4 boules. Il doit aller prendre sur une table distante une plaque de 4 alvéoles. Il ne peut ouvrir le sachet qu'au moment de la validation.

4 – Utilisation d'une boîte opaque pour constituer la collection équipotente (type boîte tire-lire)

5 – Les élèves reçoivent une collection ou un support

⇒ ils doivent passer commande à un tiers de la quantité désirée.

La passation de la commande peut être variable :

- utilisation d'un seul nombre pour exprimer le cardinal souhaité
- réitération d'une suite 1 (ex : j'en veux 1, encore 1, encore 1, encore 1, c'est tout)
- montrée avec les doigts (je veux ça en montrant 4 doigts)
- dessinée sur un support

situation 2 : prendre en compte l'ajout ou le retrait d'un ou deux éléments

L'enjeu est d'amener les élèves à utiliser le principe d'itération de 1 qui constitue une caractéristique essentielle du système de numération des entiers : chaque nombre est obtenu en ajoutant 1 au précédent.

On va s'appuyer ici sur le scénario suivant présenté sous forme d'un exemple.

Un élève reçoit une collection de 4 cubes. Il doit se déplacer pour prendre des jetons à distance. Quand il est prêt à se déplacer, il se lève et attend à côté de sa place. A ce moment, l'enseignant modifie légèrement la collection de 4 en ajoutant 1 cube. L'élève doit se déplacer, sans recompter ses cubes. Pour réussir il devra prendre 5 jetons.

Cette situation peut être développée et complexifiée de la façon suivante :

1 – prendre en compte la modification visible de la collection initiale

L'élève reçoit une collection d'objets déplaçables (bouchons, cubes, jetons...) ; ils les disposent devant lui. L'enseignant-e ajoute 1 élément. L'élève se déplace immédiatement pour prendre lui-même une collection équipotente d'objets (boules, jetons...). Il valide son action selon sa procédure habituelle.

2 – prendre en compte la modification de la collection initiale sans la voir

L'élève reçoit une collection d'objets déplaçables placés dans une boîte (type boîte tire-lire). Il ouvre la boîte, regarde les objets et referme la boîte. L'enseignant-e ajoute un élément dans la boîte. L'élève se déplace immédiatement pour prendre lui-même une collection équipotente d'objets. Il valide en ouvrant la boîte, en disposant les objets sur sa table et en plaçant ceux qu'il est allé chercher sur chacun.

3 – prendre en compte la modification de la collection initiale et modifier le cardinal sans recompter

L'élève reçoit une collection d'objets déplaçables (bouchons, cubes, jetons...) ; ils les disposent devant lui. L'enseignant-e ajoute 1 élément.

L'élève se déplace et doit passer commande oralement du nombre d'objets désirés.

Cette variable constitue l'étape essentielle pour amener les élèves à comprendre que l'on n'est pas obligé de tout recompter si on ajoute 1 à une collection.

4 – ajouter 1 ou 2 éléments ou retirer un élément à la collection initiale.

Cette variable permet de complexifier et d'ajuster aux besoins des élèves les plus à l'aise.

5 – prendre en compte la modification d'une collection d'objets fixes ou figurés.

Ex : L'élève reçoit une feuille sur laquelle figure 4 éléments. L'enseignant-e place un jeton sur un élément. L'élève doit se déplacer pour passer commande du nombre de jetons nécessaires.

Il doit diminuer le nombre de départ de 1 ou bien 2.



EXPLOITER UN JEU DE COLLECTION AVEC UN OU PLUSIEURS DÉS

Cette situation exploite un principe de jeu basique : accumuler des objets pour compléter une collection de base. Ici on utilise des jetons pour matérialiser le cœur de fleurs disposées de façon variable (voir les supports proposés)

supports proposés

- fleurs disposées de façon aléatoire sous forme de bouquets – nombres de fleurs compris entre 6 et 26
- fleurs disposées en rangées (lignes / colonnes) – nombre de fleurs compris entre 4 et 35

Proposition de scénario pédagogique

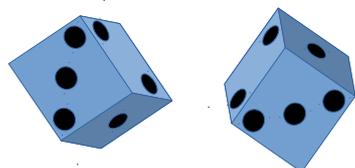
1 – compléter une planche de fleurs = disposer un jeton au centre de chaque fleur

On peut reprendre les propositions développées précédemment pour complexifier : jetons disponibles sur place / jetons placés à distance / non dépassement de la quantité nécessaire...

2 – utilisation du dé

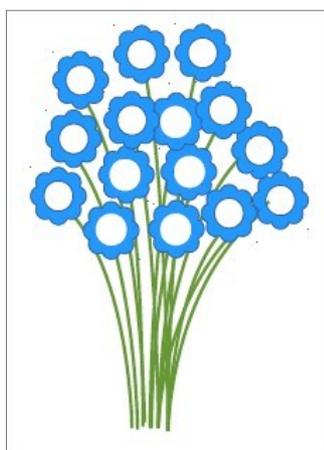
On envisage plusieurs possibilités pour le dé :

- un dé conventionnel : 6 faces 1 / 2 / 3 / 4 / 5 / 6
- un dé avec 2 faces 1 / 2 faces 2 / 2 faces 3



Déroulement et étapes progressives

Étape 1



Chaque élève dispose d'une planche de fleurs. Toutes les planches comportent le même nombre de fleurs.

A tour de rôle les élèves lancent les 3 dés sur une piste.

Ils prennent le nombre de jetons correspondant dans la réserve placée sur la table et disposent chaque jeton au centre d'une fleur.

Le but du jeu est de compléter sa fleur ; voire d'être le premier à l'avoir complétée entièrement.

Les jetons supplémentaires qui peuvent être obtenus par un lancer qui dépasse le nombre manquant sont replacés dans la réserve.

Étape 2

introduction d'une contrainte : à la fin de la partie, le nombre de jetons ne doit pas dépasser le nombre de fleurs. Ex : s'il manque 2 jetons sur un bouquet, l'élève obtient 3 avec les dés → les jetons ne peuvent pas être pris. Il faudra attendre le tour suivant pour tenter d'obtenir un 2.

Étape 3



Les jetons sont placés **à distance** : l'élève doit aller chercher un nombre de jetons qui correspond exactement au tirage des dés.

Il s'agit ici de faire correspondre 2 représentations analogiques d'une même quantité. Si les dés désignent 3, cette quantité doit être mémorisée et transformée en une autre quantité équipotente sans modèle.

Étape 4

L'élève doit passer commande du nombre de jetons obtenus par les dés.

On cherche ici à développer des capacités de communication à partir de l'établissement d'un langage commun. L'étayage de l'enseignant-e est essentielle pour transformer le nombre visible des points sur les dés en un mot-nombre.

On peut envisager se limiter à 2 dés pour traiter de l'alternative 1 ou bien 2.

