

## ADDITION DE PLUSIEURS NOMBRES À 1, 2, 3 CHIFFRES

**Une intention : mobiliser l'apprentissage du calcul additif pour renforcer la compréhension du système décimal de position**

Ce document présente un scénario didactique qui a pour ambition de favoriser un apprentissage raisonné des calculs additifs en utilisant les propriétés et caractéristiques des nombres entiers et en donnant du sens à l'opération additive.

L'enjeu est d'amener les élèves à concevoir, développer, comprendre, utiliser et adapter des procédures de calcul qui mobilisent une activité mentale mais qui prend appui sur l'écrit (calcul en ligne).

Il cherche aussi à répondre aux exigences des programmes qui imposent d'amener les élèves à « mettre en œuvre un algorithme de calcul posé pour l'addition, la soustraction, la multiplication. » Dans cette perspective, la proposition engage une construction d'algorithmes progressifs avec pour but de ne pas engager les élèves à apprendre des procédures (exemple : techniques posées) dans lesquelles ils ne conserveraient pas un lien fort avec une activité de raisonnement fondée sur un usage contrôlé des nombres, des unités de numération et des propriétés de l'addition.

Le scénario s'appuie sur une démarche progressive qui doit amener les élèves à utiliser et raisonner à partir des représentations usuelles des classes (ex : cartes 10, cartes double rangée, cartes barres... ) pour s'engager ensuite dans des procédures plus abstraites et aussi vers des algorithmes posés.

**Un fil rouge : la résolution de problèmes additifs pour donner sens à l'opération et pour réinvestir les connaissances acquises**

Dans le même temps, un corpus de 8 problèmes mobilisant spécifiquement l'addition est proposé. L'idée est de proposer régulièrement ces problèmes aux élèves pour qu'ils puissent y mettre en jeu leurs connaissances. Il s'agit de leur permettre d'attribuer du sens à l'addition en relation avec des problèmes caractéristiques qu'elle permet de résoudre mais aussi de mesurer leurs évolutions et progrès en retrouvant des problèmes dont le contexte est connu mais dont les données ont changé.

Enfin, il ne sera pas opéré de distinction entre les additions simples (sans retenue) et les additions complexes (avec retenues). Elles seront enseignées simultanément en s'appuyant sur la (re) connaissance des unités de numération et de leur relation.

On peut modéliser le scénario didactique par le schéma présenté page suivante.

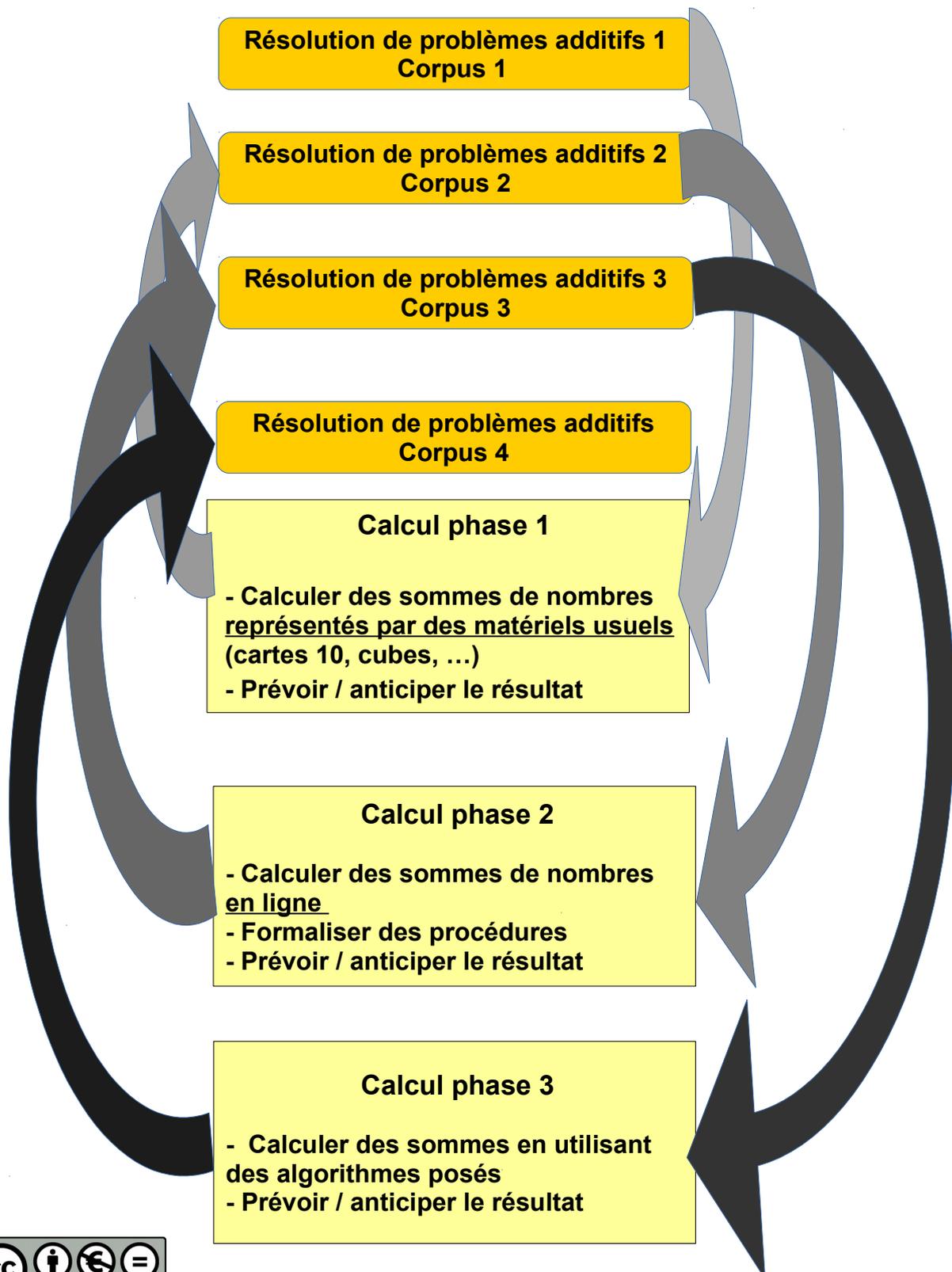
L'usage des problèmes permet de donner du sens à l'addition comme représentation de la situation et comme moyen de parvenir au résultat attendu.

Ces problèmes doivent être vus comme des problèmes destinés à construire une notion mais aussi à renforcer les automatismes de calcul et de raisonnement.

Le corpus composé de 8 problèmes est repris régulièrement ; ceci permet aux élèves de reconnaître le contexte et de mettre en jeu les acquis mémorisés en faisant l'économie d'un travail de représentation du contexte. Le recours aux problèmes se met en place en alternance avec des séances spécifiquement dédiées au calcul et à la formalisation de procédures de calcul réfléchi, de calcul en ligne et de calcul posé.

## Schéma de présentation d'un enseignement de l'addition de plusieurs nombres à 1 / 2 / 3 chiffres

Cette présentation ne hiérarchise pas les différents types de calcul mais cherche à donner sens à l'addition et à conserver le recours au raisonnement dans les calculs comme modalité essentielle.



## Résolution de problèmes additifs Corpus 1

Problème 1	Problème 2	Problème 3	Problème 4
Dans une classe, il y a 15 filles et 12 garçons. Combien y a-t-il d'élèves ?	Paco vient à l'école avec 17 billes. A la récréation, il en gagne 14. Avec combien de billes repart-il de l'école ?	Hugo a 28 ans. Son voisin a 5 ans de plus. Quel est l'âge du voisin d'Hugo ?	Rebecca part pour le week-end à vélo. Le samedi elle parcourt 48 km et le dimanche 37 km. Combien de km a-t-elle parcouru dans son week-end ?
Problème 5	Problème 6	Problème 7	Problème 8
Dans la citerne du jardin, il y a 58 litres d'eau. Un orage ramène 25 litres d'eau. Quelle quantité d'eau y a-t-il dans la citerne après l'orage ?	Paul joue avec Coco et Lolo, ses 2 escargots. Coco a parcouru 75 cm sur la table du jardin. Lolo a parcouru 17 cm de plus. Quelle distance a parcouru Lolo ?	Dans le jardin, en ce début de printemps, 18 tulipes, 23 jonquilles et 14 primevères ont poussé. Combien de fleurs ont poussé dans le jardin ?	Mathilde a lu 26 pages de son livre. Avant de se coucher, elle en relit 15. Combien a-t-elle lu de pages quand elle va au lit ?

### Critères de constitution de ce corpus de problèmes

- Il est composé de problèmes additifs de composition, de transformation et de comparaison d'états.
- Les nombres représentent des systèmes d'unités discrètes (filles, garçons, billes...) et des systèmes d'unités continues (km, litres...)

La conduite des séances peut s'appuyer sur une répartition des rôles enseignant / élèves selon les phases suivantes :

Rôle de l'enseignant	Rôle de l'élève
présentation orale de l'énoncé	reformulation orale
Échange : traitement des difficultés de compréhension de langage et de contexte	
	reformulation orale ou écrite
Repérage des procédures et des traces produites par les élèves ⇒ choix des procédures qui vont être exploitées collectivement	recherche individuelle confrontation au sein d'un petit groupe d'élèves
Synthèse : formalisation des stratégies de résolution accent mis sur les procédures de calcul ⇒ identifier les différentes procédures ⇒ faire valoir les différences de représentations (représentations figurées / représentations symboliques / représentations numériques) ⇒ formaliser les procédures de calcul (calcul en ligne / étapes de calcul...)	Comprendre, comparer et caractériser les stratégies et représentations présentées

La résolution des problèmes de ce premier corpus doit permettre aux élèves de recourir à des procédures de résolution qui vont du dessin figuratif, à des représentations plus symboliques voire à des calculs.

L'addition comme solution « experte » de résolution est assez évidente.

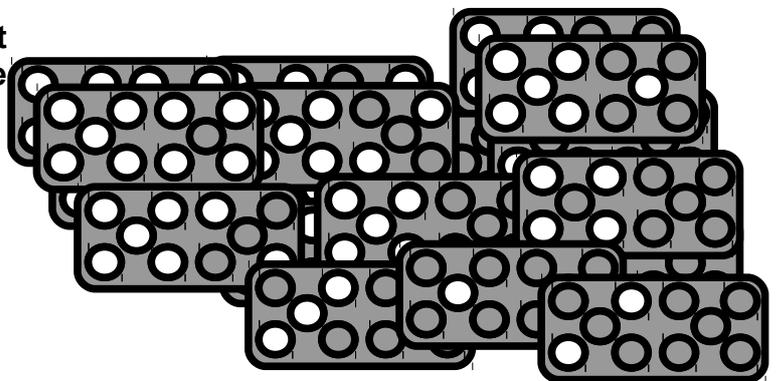
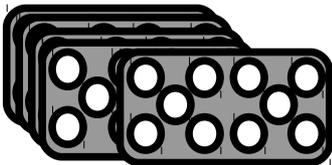
L'ambition est de montrer les limites des représentations dessinées (durée de travail) voire l'impossibilité de les utiliser pour résoudre des problèmes qui mettent en jeu des unités continues (longueurs, capacités...).

**Calcul – phase 1**  
**Calculer des sommes de nombres représentés par des matériels**

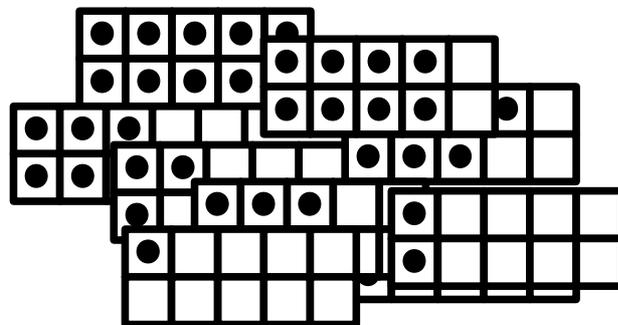
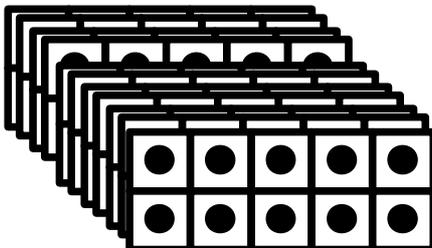
**Matériel** : cartes nombres et/ou matériel utilisés dans la classe

exemples

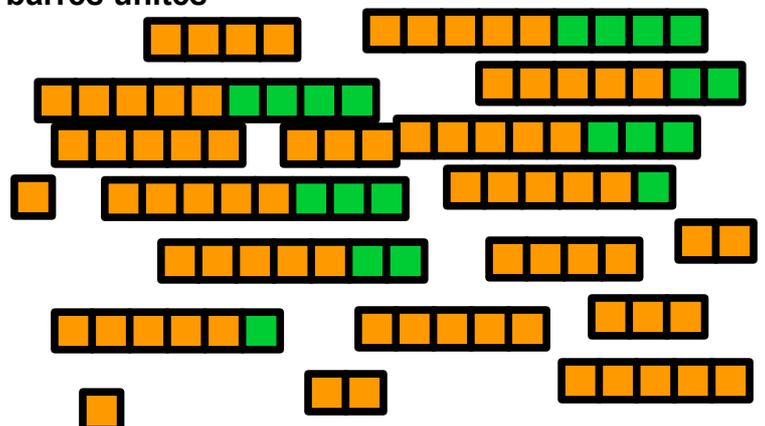
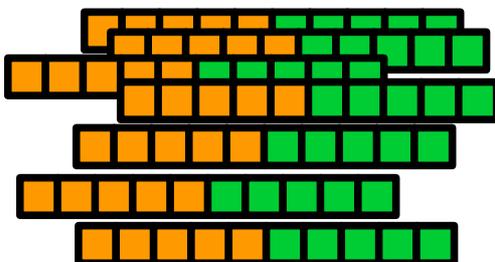
- cartes dominos : cartes 10 et cartes unités en nombre important



- cartes double rangée : cartes 10 et cartes unités en nombre important

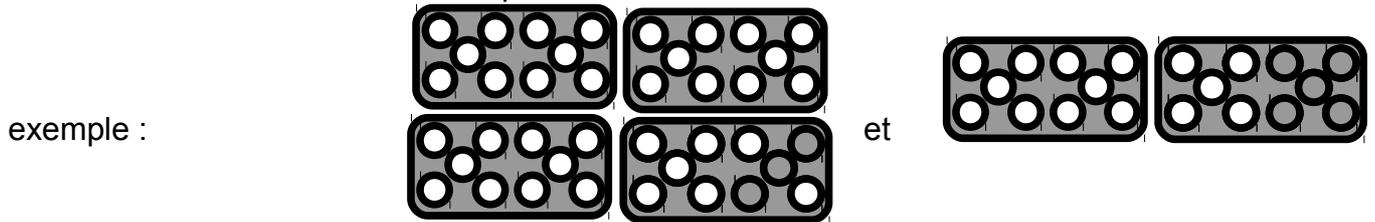


- nombres en barres : barres de 10 et barres unités



**Déroulement** (le scénario présenté ci-dessous utilise les cartes dominos, mais il est transposable avec les cartes double rangée)

- variable 1 : 2 nombres sont présentés



Les élèves doivent prévoir combien il y a de points jetons blancs sur les deux ensembles de cartes réunis. On cherche à comprendre comment les dénombrer le plus rapidement possible.

Commentaire

Dans cette variable, l'enjeu est d'amener les élèves à repérer les regroupements qui peuvent être opérés pour connaître le nombre de jetons blancs sans les compter un par un.

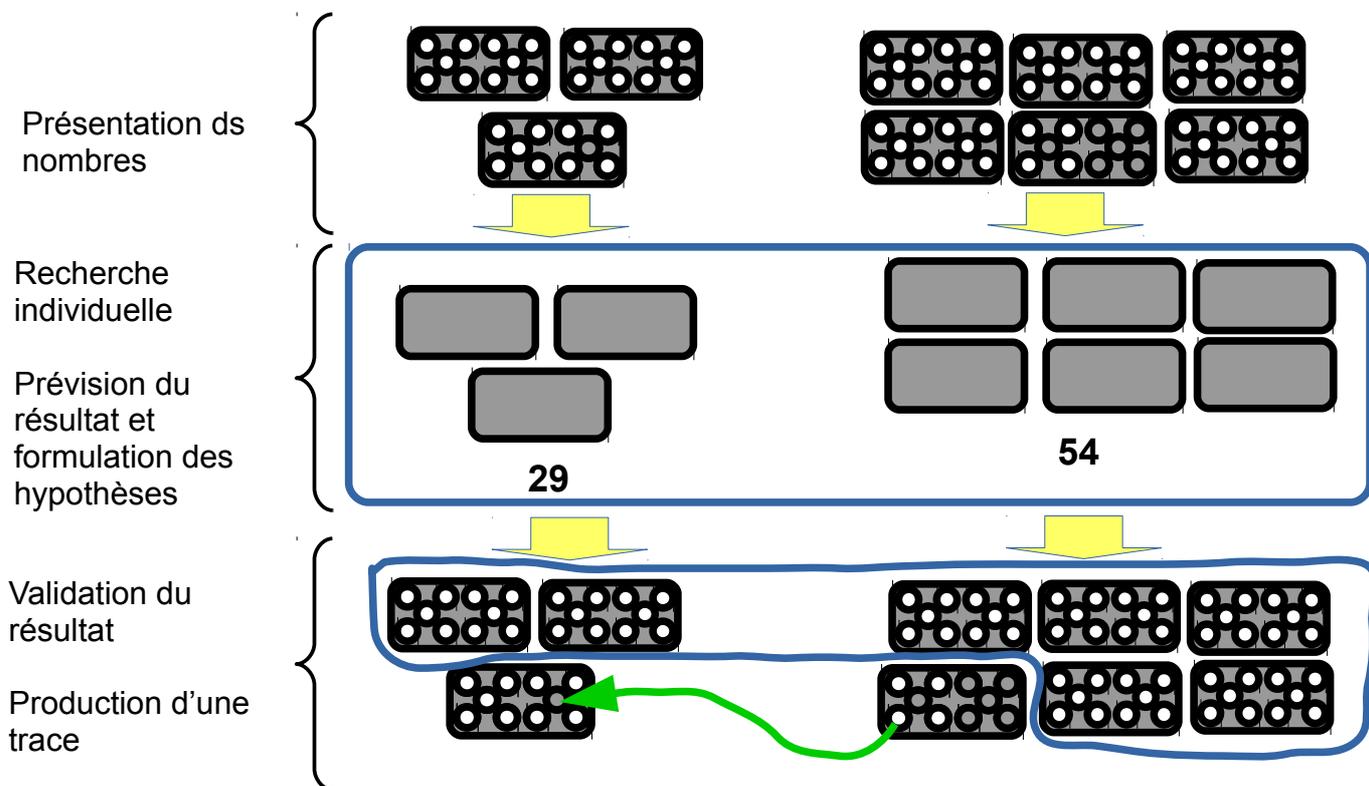
Dans l'exemple, on peut voir que 30 et 10 peuvent être directement regroupés et former 40. Puis les 2 fois 5 peuvent former une nouvelle dizaine, ce qui fera 50 jetons. On ajoute les 2 et on obtient 52 jetons.

Ici, on peut s'appuyer sur le regroupement des dizaines entières puis sur le rôle pivot du nombre 5 et la connaissance des doubles.

Cette variable ne peut être utilisée qu'un temps limité. Elle vise à amener les élèves à comprendre ce qui est attendu et qu'ils devront prendre en charge sans voir les représentations (voir variables 2 et 3)

- Variable 2

2 nombres sont présentés puis masqués. Les élèves doivent chercher à savoir combien il y a de points blancs sur les deux ensembles de cartes réunis.



### Commentaire

L'enjeu ici est d'engager les élèves vers des formulations de calcul qui réinvestissent les organisations spatiales.

Les traces écrites par les élèves et les formalisations prises en charge par l'enseignant peuvent permettre de conserver la mémoire des stratégies possibles.

Ici, on peut s'appuyer sur le regroupement des dizaines entières pour obtenir 70, puis sur la complémentation de 9 pour constituer une nouvelle dizaine et obtenir 80. En mémorisant les 3 jetons restant, on peut alors former 83.

L'enjeu est bien de permettre aux élèves de mobiliser des actions en les verbalisant mais sans les effectuer de manière tangible.

- Variable 3

2 nombres sont présentés masqués. Les élèves doivent chercher à savoir combien il y a de points blancs sur les deux ensembles de cartes réunis.

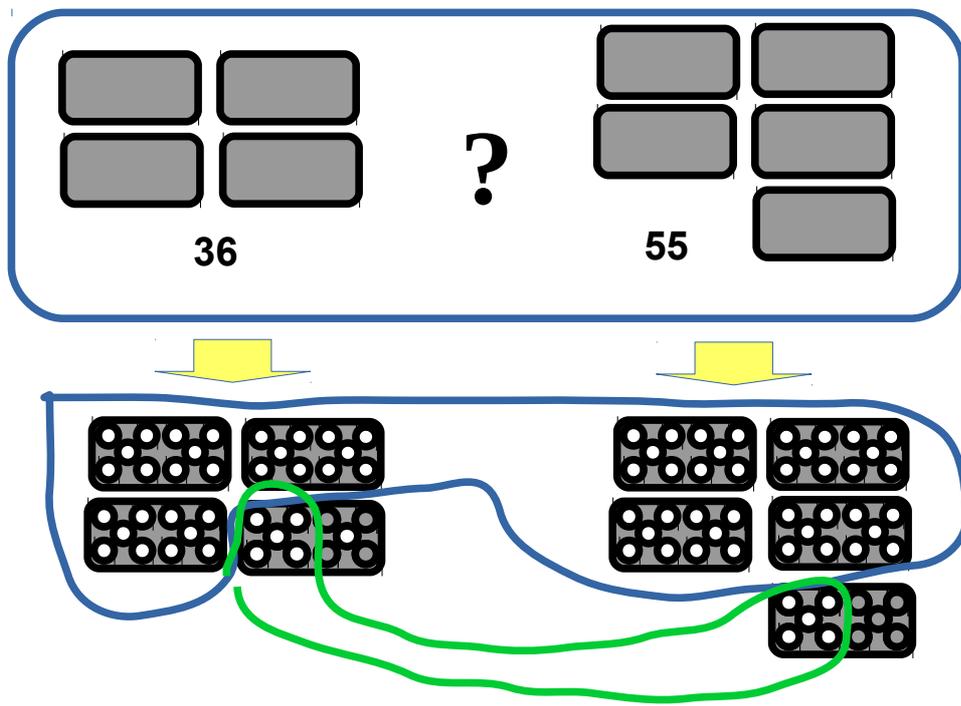
Présentation des nombres  
(Ils sont annoncés et écrits  
mais masqués)

Recherche individuelle

Prévision du résultat et  
formulation d'hypothèses

Validation du résultat

Ex de production d'une  
trace



## Résolution de problèmes additifs Corpus 2

Problème 1	Problème 2	Problème 3	Problème 4
Dans une classe, il y a 9 filles et 14 garçons. Combien y a-t-il d'élèves ?	Paco vient à l'école avec 29 billes. A la récréation, il en gagne 12. Avec combien de billes repart-il de l'école ?	Hugo a 35 ans. Son voisin a 7 ans de plus. Quel est l'âge du voisin d'Hugo ?	Rebecca part pour le week-end à vélo. Le samedi elle parcourt 49 km et le dimanche 43 km. Combien de km a-t-elle parcouru dans son week-end ?
Problème 5	Problème 6	Problème 7	Problème 8
Dans la citerne du jardin, il y a 125 litres d'eau. Un orage ramène 36 litres d'eau. Quelle quantité d'eau y a-t-il dans la citerne après l'orage ?	Paul joue avec Coco et Lolo, ses 2 escargots. Coco a parcouru 86 cm sur la table du jardin. Lolo a parcouru 27 cm de plus. Quelle distance a parcouru Lolo ?	Dans le jardin, en ce début de printemps, 25 tulipes, 23 jonquilles et 34 primevères ont poussé. Combien de fleurs ont poussé dans le jardin ?	Mathilde a lu 54 pages de son livre. Avant de se coucher, elle en relit 27. Combien a-t-elle lu de pages quand elle va au lit ?

Les élèves peuvent reconnaître les problèmes et leur contexte.

Dans le travail de recherche et de résolution, les élèves peuvent disposer d'un temps de travail individuel. Il peut être complété par un temps de partage des recherches par 2 ou 3.  
Cette phase est propice à l'observation des procédures engagées.

Les nombres utilisés dans la plupart des problèmes n'invitent pas à dessiner chacun des éléments. Il est intéressant de repérer si les élèves utilisent le calcul directement avec les nombres ou s'ils cherchent à exploiter des représentations (cartes dominos, cartes doubles rangées ou barres)

Le recours aux représentations (présentées ci-dessus) peut devenir un moyen de valider. Les élèves peuvent faire une recherche où ils produisent leur propre trace écrite et leur propre raisonnement. Ils peuvent le formuler verbalement. Pour finir, les supports de représentation des nombres deviennent, en cas de besoin, le moyen de valider le résultat prévu.

Toutefois, les différents problèmes peuvent ne pas être abordés avec toutes les formes de représentations. Par exemple, les problèmes 4, 5 et 6 qui utilisent des longueurs et des capacités peuvent être plus facilement représentés par les barres que par les dominos ou les cartes double rangée.

## Calcul – phase 2

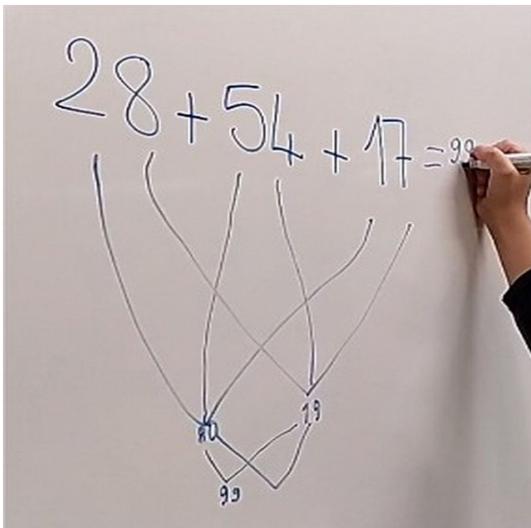
### Calculer des sommes de nombres en ligne sans recours au matériel

Cette phase propose des tâches de calcul dans la continuité des situations de calcul précédentes. L'enjeu est de permettre aux élèves de recourir à des traces écrites qui formalisent des procédures de calcul qui s'appuient sur la reconnaissance des unités de numération.

#### Une entrée dans le calcul par les unités de numération les plus grandes

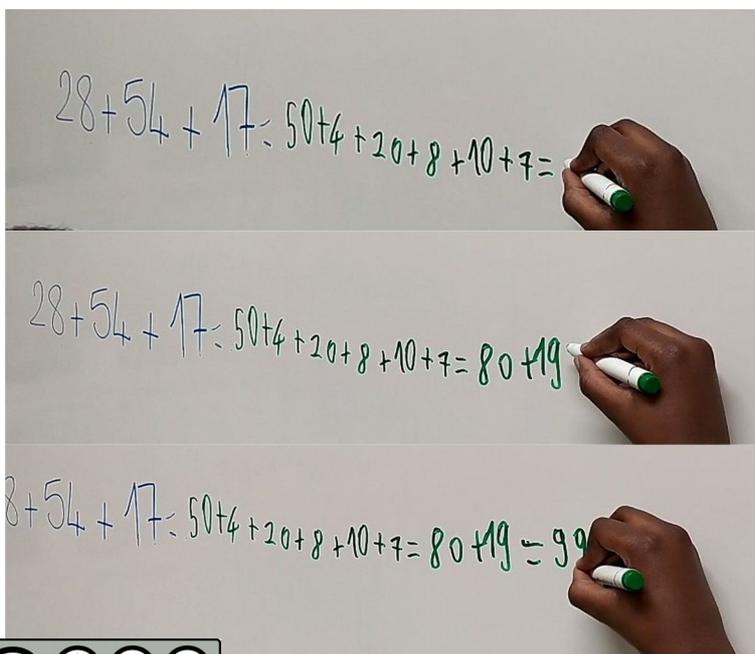
Dans les différentes procédures utilisées, les élèves décomposent les nombres à 2 chiffres en dizaines et unités. Ils calculent d'abord le nombre de dizaines en ajoutant uniquement les dizaines. Puis ils ajoutent les unités. Cette démarche spontanée n'est pas un obstacle. Elle leur permet de se projeter vers un résultat final plus rapidement sans perdre de vue le sens des unités de numération et même en le renforçant.

#### Des mises en formes variables qui retracent le raisonnement (4 exemples pris dans une même classe)



#### Calcul en arbre

Dans une première étape, les dizaines et les unités sont regroupées : les dizaines d'abord puis les unités.  
→  $28+54+17$  devient  $80+19$



#### Calcul par décomposition

Chaque nombre est décomposé en une somme de dizaines entières et d'unités.

L'ordre des nombres est modifié. Ils sont pris en compte dans un ordre décroissant.

Les dizaines entières sont additionnées puis les unités.

$$28 + 54 + 17 = 80 + 19 = 99$$

### Calcul par décomposition

Cette procédure est proche de la précédente : les dizaines entières sont additionnées d'abord puis les unités. La reformulation en  $80+19$  suffit à rendre le calcul assez simple et gérable mentalement.

$$74 + 65 = 7d + 4u + 6d + 5u = 13d + 9u = 139$$

### Calcul par décomposition et reconnaissance de la valeur des unités de numération

$74+65$  est devenu  $7d+4u+6d+5u$

Les calculs portent sur des sommes de nombres à 1 chiffre.

Les 13d obtenues sont traduites en 130.

### Critères de complexification progressive des calculs

Mise en garde initiale : Il semble intéressant de proposer, dès les premiers calculs, des sommes de nombres à 2 chiffres qui pourront ou pas amener une nouvelle dizaine. Il ne paraît pas utile de réserver à une première étape des calculs sans nouvelle dizaine puis des calculs avec de nouvelles dizaines.

Ces éléments sont donnés à titre indicatif.

- Sommes de 2 nombres à 1 ou 2 chiffres dont le résultat reste inférieur à 100  
exemples :  $47+25$  ;  $61+29$  ;  $57+9$  ;  $18+35$  ;  $6+48$  ;  $12+43$ ...
- Sommes de 2 nombres à 1 ou 2 chiffres dont le résultat peut être supérieur à 100  
exemples :  $47+65$  ;  $81+29$  ;  $57+59$  ;  $18+85$  ;  $6+98$  ;  $12+43$ ...
- Somme de 3 ou 4 nombres à 1 ou 2 chiffres dont le résultat peut être supérieur ou inférieur à 100  
exemples :  $24+18+54$  ;  $37+8+36+43$ ...

## Résolution de problèmes additifs Corpus 3

Problème 1	Problème 2	Problème 3	Problème 4
Dans une école, il y a 34 élèves de CP, 38 en CE1, 42 en CE2, 39 en CM1 et 44 en CM2. Combien y a-t-il d'élèves dans cette école ?	Paco vient à l'école avec 35 billes. A la récréation du matin, il en gagne 12. A la pause de midi, il en gagne encore 17. A la récréation de l'après-midi, il en gagne aussi 7. Avec combien de billes repart-il de l'école ?	Hugo a 55 ans. Son voisin a 27 ans de plus. Quel est l'âge du voisin d'Hugo ?	Rebecca part pour un périple de 4 jours à vélo. Le 1 <sup>er</sup> jour, elle parcourt 52 km. Le deuxième jour, elle fait 37 km, le 3 <sup>ème</sup> jour 48 km et le 4 <sup>ème</sup> jour 57 km. Combien de km a-t-elle parcouru dans son périple ?
Problème 5	Problème 6	Problème 7	Problème 8
Dans la citerne du jardin, il y a 157 litres d'eau. Un premier orage ramène 48 litres d'eau puis une petite averse en ramène 17. Quelle quantité d'eau y a-t-il alors dans la citerne ?	Paul joue avec Coco et Lolo et Yoyo, ses 3 escargots. Coco a parcouru 97 cm sur la table du jardin. Lolo a parcouru 34 cm de plus que Coco. Yoyo a parcouru 19 cm de plus que Lolo. Quelle distance a parcouru Yoyo ?	Dans le jardin, en ce début de printemps, 45 tulipes, 123 jonquilles et 8 primevères ont poussé. Combien de fleurs ont poussé dans le jardin ?	Mathilde a lu un livre en 4 jours. Le 1 <sup>er</sup> jour elle a lu 45 pages. Le 2 <sup>ème</sup> jour, elle en lit 37, le 3 <sup>ème</sup> jour : 42 et le 4 <sup>ème</sup> jour : 29. Combien y a-t-il de pages dans le livre de Mathilde ?

Les problèmes dont les contextes sont devenus familiers aux enfants ont été complexifiés :

- en augmentant le nombre de données numériques : les élèves doivent effectuer des additions de plus de 2 nombres
- en augmentant la valeur des données numériques : les résultats sont souvent des nombres à 3 chiffres
- en introduisant 2 étapes possibles dans le processus de résolution (problèmes ( et -)

### Observables et attendus

Le panel des procédures utilisées par les élèves peut se diversifier. On peut voir apparaître des stratégies qui visent à faciliter les calculs et dans le même temps des automatismes « ritualisés ».

L'enjeu est de mettre en évidence les analogies entre les différentes procédures et aussi leur spécificité.

### Calcul – phase 3

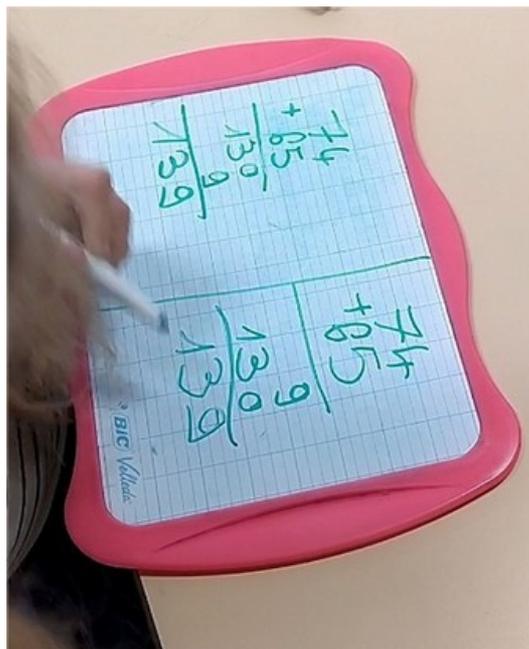
#### Utiliser des techniques de calcul posé en s'appuyant sur les connaissances des entiers

Le programme pour le cycle 2 indique que les élèves doivent être en mesure à l'issue du cycle 2 de « mettre en œuvre un algorithme de calcul posé pour l'addition ». Pour autant, l'introduction d'un algorithme de calcul posé entre souvent en rupture, pour les élèves, avec les stratégies de calcul qu'ils ont conçues en s'appuyant sur le raisonnement. Raisonnement qui s'appuie sur les connaissances des entiers et les propriétés des opérations.

Par ailleurs, le programme 2015 précise aussi que « l'apprentissage des techniques opératoires se fait en lien avec la numération et les propriétés des opérations ».

C'est dans cette perspective que sont développées les propositions suivantes qui s'inscrivent dans une logique d'algorithmes progressifs.

La stratégie consiste à permettre aux élèves d'exploiter et de transférer les connaissances et procédures développées précédemment dans des techniques posées.



Les deux principales composantes sont :

- calculer en commençant à additionner les unités de numération les plus grandes
- additionner séparément les différentes unités de numération et ramener le résultat de chacune à l'unité

$$\begin{array}{r} 46 \\ + 37 \\ \hline 70 \\ + 13 \\ \hline 83 \end{array}$$



$$\begin{array}{r} 46 \\ + 37 \\ \hline 13 \\ + 70 \\ \hline 83 \end{array}$$



$$\begin{array}{r} 1 \\ 46 \\ + 37 \\ \hline 83 \end{array}$$

Les dizaines sont additionnées et converties en unités : 4 dizaines + 3 dizaines c'est égal à 7 dizaines et 7 dizaines c'est 70.

Puis les unités sont additionnées.

46+37 devient 70+13, plus facile à calculer.

La stratégie est proche ; le calcul est commencé par les unités.

Cette procédure est usuelle. Elle pourra être proposée aux élèves dont on a la garantie qu'ils maîtrisent les systèmes d'unités de numération.

Ces 2 algorithmes répondent à la commande institutionnelle et peuvent constituer un objectif à atteindre à la fin du CP ou en cours de CE1.

**Résolution de problèmes additifs**  
**Corpus 4**

<b>Problème 1</b>	<b>Problème 2</b>	<b>Problème 3</b>	<b>Problème 4</b>
<p>Dans une école, il y a 21 filles en CP, 23 en CE1, 19 en CE2, 22 en CM1 et 27 en CM2.</p> <p>Il y a aussi 19 garçons en CP, 24 en CE1, 25 en CE2, 22 en CM1 et 25 en CM2</p> <p>Combien y a-t-il d'élèves dans cette école ?</p>	<p>Paco arrive à l'école le lundi avec 28 billes. Le lundi, il en gagne 19, le mardi 15, le jeudi 24 et le vendredi 17.</p> <p>Combien de billes a-t-il à la fin de la semaine ?</p>	<p>Hugo a 35 ans. Son père a 27 ans de plus que lui et son grand-père a 31 ans de plus que son père.</p> <p>Quel est l'âge du grand-père d'Hugo ?</p>	<p>Rebecca part pour une randonnée à vélo de 7 jours.</p> <p>Le 1<sup>er</sup> jour, elle parcourt 52 km. Le 2<sup>ème</sup> jour, elle fait 37 km, le 3<sup>ème</sup> jour 48 km, le 4<sup>ème</sup> jour 57 km, le 5<sup>ème</sup> jour 63 km, le 6<sup>ème</sup> jour 72 km et le 7<sup>ème</sup> jour 68 km.</p> <p>Combien de km a-t-elle parcouru dans son périple ?</p>
<b>Problème 5</b>	<b>Problème 6</b>	<b>Problème 7</b>	<b>Problème 8</b>
<p>Dans la citerne du jardin, il y a 388 litres d'eau. Un premier orage ramène 52 litres d'eau puis une petite averse en ramène 9.</p> <p>Quelle quantité d'eau y a-t-il alors dans la citerne ?</p>	<p>Paul joue avec Coco et Lolo et Yoyo, ses 3 escargots.</p> <p>Coco a parcouru 156 cm sur la table du jardin. Lolo a parcouru 45 cm de plus que Coco. Yoyo a parcouru 29 cm de plus que Lolo.</p> <p>Quelle distance a parcouru Yoyo ?</p>	<p>Dans le jardin, en ce début de printemps, 56 tulipes, 78 jonquilles et 108 primevères et 7 iris ont poussé.</p> <p>Combien de fleurs ont poussé dans le jardin ?</p>	<p>Mathilde a lu un livre en 5 jours. Le 1<sup>er</sup> jour elle a lu 38 pages. Le 2<sup>ème</sup> jour, elle en lit 39, le 3<sup>ème</sup> jour : 42, le 4<sup>ème</sup> jour : 27 et le 5<sup>ème</sup> jour : 29.</p> <p>Combien y a-t-il de pages dans le livre de Mathilde ?</p>

Ce corpus complexifié avec les mêmes critères que le corpus 3 peut être envisagé comme moyen d'évaluer comment les élèves investissent les connaissances acquises à propos de l'addition.