DÉS – JETONS – ÉCHANGES

Ce document reprend la situation sur laquelle a porté l'essentiel de la réflexion, situation que l'on peut nommer « dés, jetons et échanges ».

Il n'est en aucun cas une prescription des tâches à mener en classe. Il doit permettre à chacun de faire des choix pédagogiques et au groupe de :

- partager une réflexion en relation avec la mise en œuvre pratique
- mieux comprendre les éléments de convergence mais aussi de controverse.

La présentation est construite pour aborder 3 enjeux :

1. scénarisation didactique : repères pour guider une mise en œuvre progressive et engager les élèves dans une activité de calcul ; le recours à la manipulation s'estompe progressivement pour mobiliser en premier lieu une activité mentale. L'usage du matériel permet de valider une activité de calcul mental.

2. explicitation des procédures : la fréquence et la répétition des expériences est exploitée pour amener les élèves à repérer des régularités dans les faits numériques et à formaliser des stratégies de calcul efficientes. Ces stratégies sont le plus souvent en relation avec des propriétés des opérations (commutativité et associativité de l'addition) et des nombres (compléments à la dizaine, numération de position)

3. prolonger les situations d'expérimentation et de jeu par des activités mathématiques de calcul dans une double perspective d'entrainement et de différenciation

Proposition pédagogique

Elle s'appuie sur une succession de variables de plus en plus complexes qui doivent amener les élèves à :

- développer des stratégies de calcul en opérant des rapprochements de nombres les plus efficients (recours à la commutativité et à l'associativité de l'addition)
- s'appuyer sur la complémentation à la dizaine
- décomposer des nombres en plusieurs termes pour faciliter le calcul
- mémoriser des faits numériques réguliers en situation (enrichir le répertoire additif)

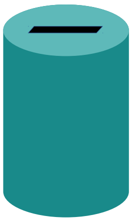
On peut inscrire ces enjeux dans les champs plus larges du pilotage du calcul par le raisonnement (Artigue) et de l'intelligence en calcul (Chambris).

Situation 1

mise en place du principe fondamental

Matériel

- jetons (les jetons aimantés facilitent une exploitation collective)
- boite tirelire
- dé


Consigne 1 : « On va lancer le dé à x reprises. Lors de chaque lancer, on mettra dans la boite le nombre de jetons correspondant au lancer. Dans le même temps, on écrira au tableau, les nombres de jetons placés dans la boite. »

ex1 :   5   4   3   5   2   3

ex2 :   5 + 4 + 3 + 5 + 2 + 3

Ces deux exemples dénotent un choix à opérer : désigner les lancer successifs par la suite des nombres VS désigner les lancers par la suite des nombres et le signe additif

Le nombre de lancers est une variable à déterminer avant de commencer. Un nombre minimal doit assurer de dépasser 10, le plus souvent ; il semble que 5 à 6 lancers le permettent généralement.

Consigne 2 : « Dans la boite, il y a maintenant un certain nombre de jetons. Chaque fois qu'il y a 10 jetons, on va les échanger contre un « bonbon[1] ». Selon vous, combien de « bonbons » pourrait-on obtenir ?

Cette première situation peut (va) mettre des élèves en difficulté. Certains peuvent être dans l'incapacité de concevoir qu'il y a plus de 10 jetons dans la boite puisque les nombres écrits ne dépassent jamais 6. D'autres (plus nombreux) vont être en difficulté pour additionner les termes de l'addition. Ces difficultés sont ordinaires pour des élèves en apprentissage et correspondent à ce qu'ils vont devoir apprendre.

On peut donc rapidement sortir l'ensemble des jetons de la boite, les afficher au tableau et opérer des groupements de 10. On verra alors apparaitre le nombre de « bonbons » que l'on peut obtenir par échanges. L'enjeu est de rendre lisible le but de la tâche pour tous les élèves mais aussi de préfigurer le saut dans l'exigence qui va être demandé par la suite.

---

1 Le mot « bonbon » est utilisé par Joël Briand dans sa présentation (http://www.cafepedagogique.net/lexpresso/Pages/2018/11/06112018Article636770852461952529.aspx).
Il faut le comprendre comme un terme générique pour désigner un objet dont la valeur vaut 10 jetons. On peut le remplacer par tout autre objet signifiant pour la classe (père Noël en chocolat, barre dizaine, billet...).

Situation 2

anticiper un résultat (nombre de « bonbons ») avant validation par manipulation

On reprend la même configuration que dans la phase initiale :

- lancers du dé (nombre prédéfini)
- jetons dans la boite
- nombres obtenus par chaque lancer inscrit au tableau

ex : **4 5 4 2 1 3**

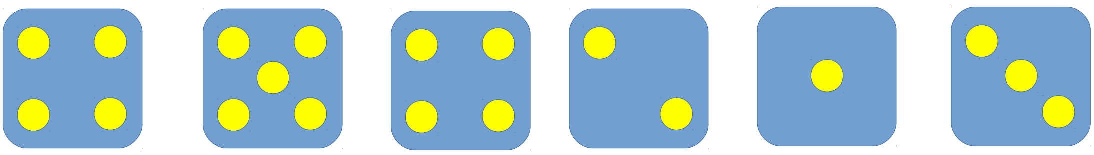
Le travail peut prendre la forme suivante ensuite :

1 - recherche individuelle pour connaitre le nombre de « bonbons » que l’on peut obtenir. Chaque élève utilise son ardoise pour essayer de trouver le nombre d’échanges que l’on pourrait faire.
La durée de cette phase ne peut pas être déterminée par avance. Elle doit permettre aux élèves de s’engager dans une première recherche en prenant appui sur du calcul.

2 – possibilité d’une synthèse rapide pour présenter des procédures et les expliciter (Cette étape peut être occultée pour passer à la suivante).

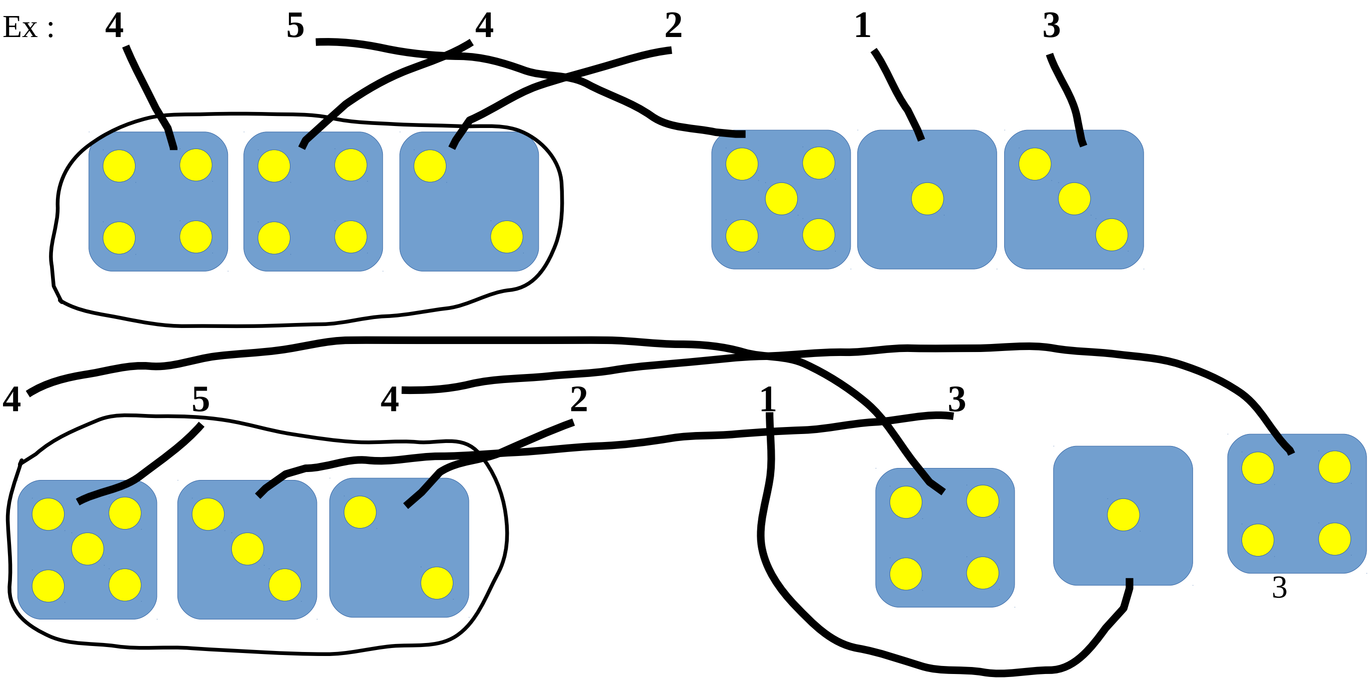
3 – donner aux élèves un appui matériel pour « calculer » en les aidant à mobiliser des représentations des nombres. Les nombres inscrits aux tableaux sont représentés par leur configuration en dés.

ex : **4 5 4 2 1 3**



Cette option offre la possibilité de rendre visible de groupements facilitateurs pour connaitre le nombre d’échanges possibles :

Ex :



Situation 3

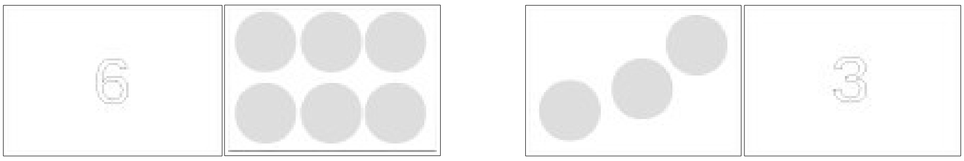
anticiper un résultat (nombre de « bonbons ») par le calcul
avec la possibilité de déplacer les nombres

Dans cette étape, on peut se dispenser de placer les jetons dans la boite si on estime que les élèves vont disposer des ressources suffisantes pour contrôler par le calcul.

On va apporter un matériel complémentaire : des cartes recto-verso nombres 1 / 2 / 3 / 4 / 5 / 6 et représentations des configurations dés.

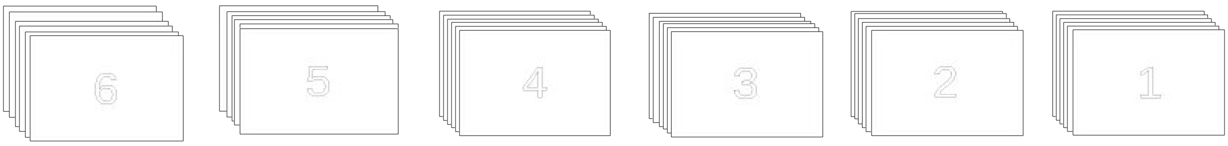
Les élèves disposent devant eux des cartes en nombres suffisant.

Chaque carte recto/verso comporte une représentation du nombre et sa désignation chiffrée

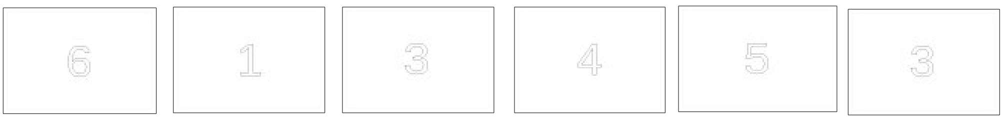


recto verso recto verso

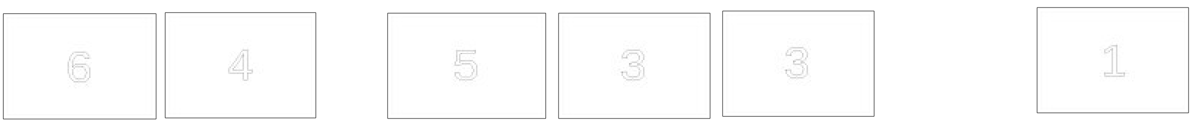
Les élèves disposent devant eux des cartes visibles côté recto en nombre suffisant.



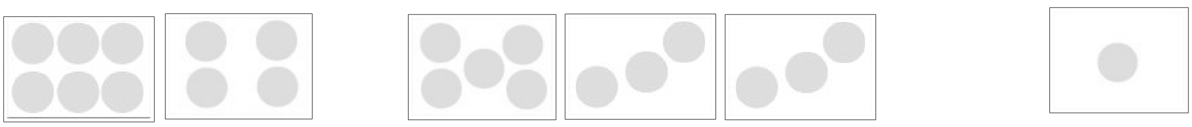
Pour une suite de lancers qui correspond à la somme suivante : 6 + 1 + 3 + 4 + 5 + 3, ils peuvent disposer devant eux les cartes suivantes :



Ils peuvent ensuite les regrouper ainsi (exemple) :



Ils peuvent anticiper qu'après échange, ils pourraient avoir 2 « bonbons ».
Pour valider leur réponse, ils ont la possibilité de retourner les cartes et d'utiliser les points.

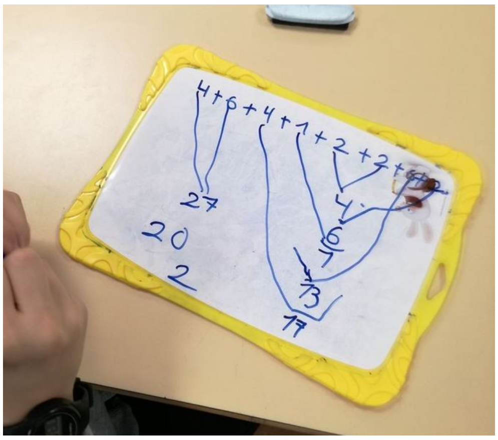
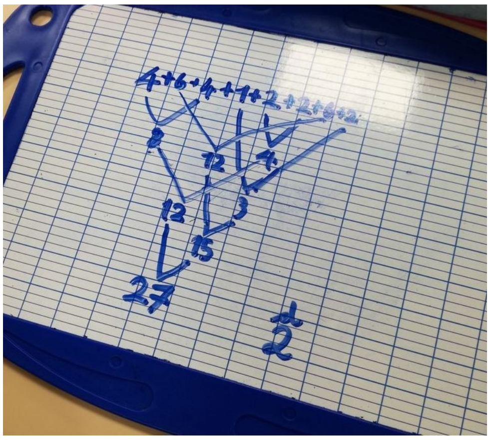
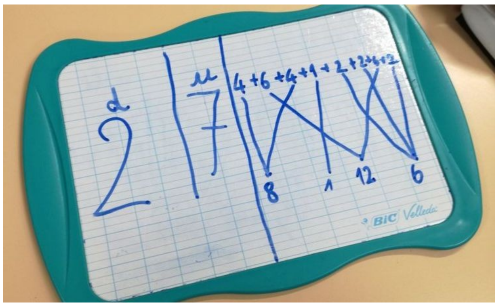
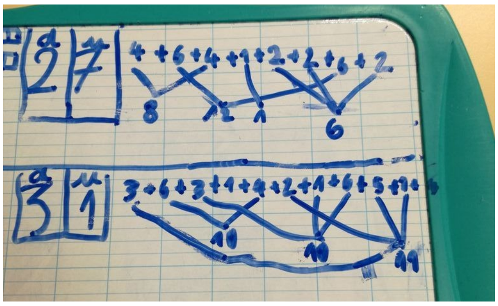


Situation 4

anticiper un résultat (nombre de « bonbons ») uniquement par le calcul

L’enjeu dans cette situation est de dépasser le recours à un matériel déplaçable mais également de mettre à profit les expériences antérieures.
Le calcul devient le moyen d’agir et de proposer une réponse.
Les traces écrites sont utilisées et peuvent prendre des formes différentes :

- « arbres » à calcul

- calculs écrits

exemple :

6 + 4 = 10
5 + 3 + 3 = 11
et encore 4
donc 2 « bonbons »

Situation 5

anticiper un résultat (nombre de « bonbons »)
uniquement par le calcul au fur et à mesure des tirages

Matériel :
un boite dans laquelle peuvent être glissées les nombres correspondant aux lancers successifs
des étiquettes nombres (1 / 2 / 3 / 4 / 5 / 6)

Déroulement :
Lors de chaque lancer de dé, une carte nombre correspondant à la valeur du dé est glissée dans la boite.
Le but pour les élèves est d'écrire sur leur ardoise, le nombre de « bonbons » (ou d'échanges contre un objet de valeur 10) que l'on pourrait obtenir.

Cette variable complexifie beaucoup le calcul qui doit être géré en direct. Les élèves doivent déduire de la somme obtenue, le nombre de « bonbons » que l'on peut obtenir.

On aborde ici un aspect essentiel de la numération positionnelle et du principe décimal.

Validation
Elle est possible en montrant et en affichant les différentes cartes nombres.
Il est peut-être intéressant aussi de demander aux élèves de se remémorer les lancers successifs, d'en produire une trace écrite et de la confronter ensuite aux cartes nombres .

Perspectives possibles

On peut envisager des prolongements vers des activités de calcul. Voici ci-dessous quelques propositions dont chaque thème est éclairé par un exemple.

1. Proposer une somme de plusieurs termes et trouver le nombre d'échanges possibles contre des « bonbons » ou contre un objet de valeur 10.

ex : 6 + 2 + 5 + 2 + 1 + 2 + 4 + 3 + 2 + 1

variable : la somme projetée peut être affichée un temps limité

2. comparer 2 écritures additives pour déterminer laquelle permet d'obtenir le plus grand nombre de « bonbons »

ex 1 : 6 + 2 + 5 + 2 + 1 + 2 + 4 + 3 + 2 + 1 et 2 + 5 + 6 + 3 + 4 + 5 + 5 + 4 + 2 + 3

ex 2 : 6 + 2 + 5 + 2 + 1 + 2 + 4 + 3 + 2 + 1 et 6 + 5 + 3 + 6 + 5 + 4 + 6 + 5

enjeu : Faut-il tout calculer ? Peut-on réduire chaque somme en éliminant les termes égaux dans chacune ?

3. Parmi plusieurs sommes, laquelle permet d'obtenir exactement un nombre de « bonbons » donné

ex : parmi les 3 sommes suivantes laquelle (ou lesquelles) permet d'obtenir 3 « bonbons » ?

- 6 + 1 + 2 + 3 + 4 + 6 + 5 + 1
- 1 + 5 + 6 + 6 + 3 + 2 + 1 + 4
- 6 + 5 + 5 + 5 + 4 + 6 + 5 + 6

4. Dans une somme incomplète de plusieurs termes, que faudrait-il ajouter pour obtenir un nombre de « bonbons » donné

ex : dans la somme suivante, quels nombres faudrait-il ajouter sur les pointillés pour obtenir 4 « bonbons » ?

ex : 2 + 5 + 6 + ….. + 1 + 3 + ….. + 4 + 4 + ….. + 2