

Calculer sur des petits nombres

Enjeu : La maîtrise des calculs additifs sur les nombres inférieurs ou égaux à 10 est déterminante dans la construction des procédures de calcul. Elle devra se combiner avec les connaissances sur la numération positionnelle pour aborder des calculs plus complexes. Mais elle reste souvent un obstacle pour les élèves les plus fragiles qui persistent à développer des stratégies de calcul par comptage ou par des algorithmes récitatifs (ex : 10, 20, 30, 40, ...) qui les obligent à disposer des représentations visibles des nombres. L'enjeu est de les rapprocher de procédures de calcul gérées mentalement en s'appuyant sur des décompositions efficaces des nombres (ex : $5+7=5+5+2$ // $9+8=8+1+8=8+8+1$ //

L'objet d'un travail régulier est d'amener les élèves à :

- automatiser des procédures
- mémoriser des résultats et repérer les résultats les plus fréquemment utiles
- développer des stratégies de reconstruction des résultats
- Constituer un répertoire de situations de référence relative à la décomposition des nombres et aux calculs additifs

Dans toutes les situations, l'enjeu est d'engager les élèves dans un processus de représentation de nombres puis de **prévoir** le résultat d'une addition, d'une soustraction ou d'une décomposition. Le pari est un levier pédagogique qui engage l'élève à proposer un résultat dont il va chercher à apporter la preuve « intellectuellement » avant de le vérifier avec le matériel de façon pragmatique.

Les situations développées ci-dessous s'appuient sur des matériels usuels et le plus souvent faciles à constituer. Le recours à des supports matériels et la possibilité de manipuler ne sont pas envisagés comme une solution pour obtenir un résultat exact. Ce qui est recherché, c'est de donner à l'élève la possibilité d'ancrer des procédures ou des faits numériques réguliers dans des situations vécues. On mise sur le fait que l'implication peut l'aider à mémoriser plus facilement résultats et procédures en les reliant à des contextes bien identifiables.

La variété des supports ne correspond pas à une liste des matériels incontournables.

Dans le cadre du groupe de travail, il s'agira de repérer les limites et intérêts de chacun des matériels. Il n'existe pas de support qui répond à tous les besoins des élèves.

La variété des supports offre la possibilité aux élèves et aux enseignants d'identifier des liens, des analogies et des différences. L'hypothèse est que la multiplicité des représentations et la compréhension des analogies peut aider les élèves à développer des procédures de calcul plus « abstraites » et donc plus efficaces.



• jeu de la boîte jaune ou greli grelo

Cette situation est bien connue et développée dans plusieurs ressources (ERMEL, Cap Maths...) ; La boîte est le moyen de masquer des nombres pour amener les élèves à développer des stratégies de représentation de ce qui n'est plus visible.

Quelques variables pour structurer des séances de calcul mental :

1. travailler avec 1 seule boîte // travailler avec 2 boîtes

Avec une seule boîte

- on place une collection d'objets dans la boîte
- on ajoute (ou on retire) des objets
- on cherche à prévoir combien il y a d'objets alors dans la boîte
- ⇒ cette situation s'inscrit dans le registre des problèmes de transformation

Avec 2 boîtes

- On place une collection d'objets dans une boîte
- On place une collection d'objets dans une seconde boîte
- on cherche à prévoir combien il y a d'objets dans la boîte

Dans un premier temps, le recours aux 2 boîtes rend plus lisible chacun des nombres.

2. Présentation des nombres (collections)

- Les collections sont composées d'objets déplaçables et isolables (jetons cubes...)
- Les collections sont structurées

exemple avec des cubes emboîtables



Dans la boîte, je mets 7 et encore 8. On fait apparaître une structure additive pour chaque nombre ($7=5+2$ et $8=5+3$) ; ce qui pourrait être exploité pour traduire $7+8$ en $5+5+2+3$.

3. Rechercher un résultat qui n'est pas la somme des deux nombres mais un écart entre 2 nombres

Il s'agit de trouver le nombre d'éléments d'une des 2 boîtes (cela revient à un problème de partie/tout dont l'inconnue est une des parties) ou de trouver le nombre d'éléments ajoutés ou retirés ou de trouver le nombre d'éléments placés au début dans la boîte. (Cela revient à un problème de transformation)

Exemple 1 (avec 2 boîtes) : Dans cette boîte je place 5 cubes. Dans cette autre boîte, je place encore des cubes. En tout (dans les 2 boîtes) il y a 8 cubes.

Exemple 2 (avec 1 seule boîte) : Dans la boîte je mets 7 cubes. J'en ajoute encore (mais je ne dis pas combien). Maintenant, il y a 9 cubes.

Exemple 3 (avec 1 seule boîte) : Dans la boîte, je mets des jetons (mais je ne dis pas combien). J'en ajoute 2. Maintenant, il y en a 9. Combien y en avait-il au début ?

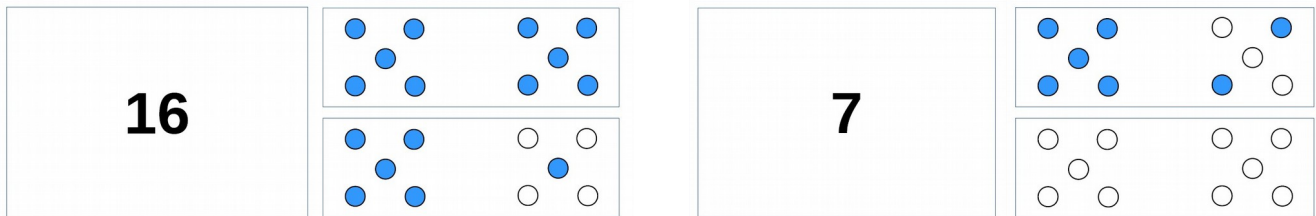


• cartes nombres de 1 à 20

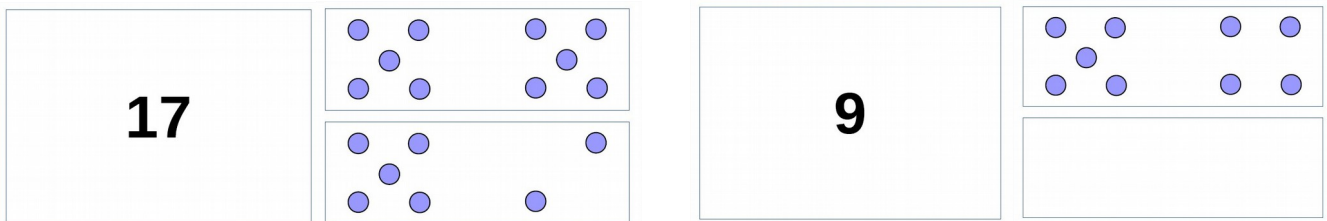
Ce matériel est composé de cartes recto/verso. Au recto est inscrit un nombre en écriture chiffrée, au verso ce même nombre est représenté selon une organisation en domino.

Deux types de cartes peuvent être utilisées. L'un fait apparaître le nombre représenté en colorant les points à prendre en compte sur l'ensemble d'une représentation de 20 (exemples 1). L'autre ne fait apparaître que les points représentant le nombre (exemples 2).

Exemples



Exemples 2



La

La différence entre ces 2 supports est envisagée comme une variable didactique. Les points bleus sont seuls pris en compte. Les points blancs peuvent laisser apparaître les nombres complémentaires pour obtenir 10 ou 20.

L'usage de ces supports impose en préalable que les élèves soient familiarisés avec les représentations des nombres sous la forme de « dominos ».

Ils doivent pouvoir mettre en relation l'écriture chiffrée et la représentation du nombre en points organisés selon des groupements de 5 et de 10.

Propositions pédagogiques pour construire la représentation des nombres de 1 à 20

1 - L'enseignant-e montre la carte (côté écriture chiffrée)

→ Les élèves placent sur la table le nombre de jetons correspondant

→ La carte est retournée pour validation

2 - L'enseignant-e montre la carte (côté écriture chiffrée)

→ Les élèves prévoient oralement et débattent à propos du nombre de jetons et envisagent comment les jetons vont être disposés spatialement (L'enjeu est d'évoquer verbalement les modalités de regroupement – C'est l'occasion de comprendre (par exemple) que 12 peut être compris comme 10 et encore 2 ou bien 5 et 5 et encore 2.)

3 – L'enseignant-e montre la carte (côté représentation en points)

→ les élèves doivent écrire sur l'ardoise le nombre de points correspondant.

→ la carte est montrée pendant un court moment (quelques secondes) pour priver les élèves de la possibilité du comptage

4 - L'enseignant-e ne montre pas la carte mais dit le nombre

→ les élèves doivent écrire le nombre sur leur ardoise et/ou le représenter avec des jetons



Propositions pédagogiques pour amener à une maîtrise des calculs additifs sur les nombres de 1 à 10 et sur la décomposition des nombres de 1 à 20

1 - Calculer des additions de 2 nombres de 1 à 10

Les variables didactiques s'appuient sur les différentes modalités de présentation des nombres et de restitution du résultat du calcul.

Elles sont représentées dans le tableau ci-dessous.

L'enjeu dans cette situation est d'amener les élèves à opérer des calculs en modifiant les sommes proposées pour en faciliter la réalisation

exemples

pour $8+6 \rightarrow$ on peut calculer $5+3+5+1$ donc $5+5+3+1$

Les élèves peuvent être sollicités pour calculer :

en s'appuyant sur des écrits (qui laissent apparaître les décompositions utilisées)

en calculant uniquement mentalement

| Action(s) de l'enseignant | Action des élèves | commentaire |
|--|---|---|
| Présente 2 nombres côté représentations en points et les affiche au tableau | Écrire ou dire le nombre de points total | Cette tâche ne peut pas être conduite longtemps au risque d'amener les élèves à faire une activité de comptage. Elle est destinée à faire comprendre le but de la tâche suivante. |
| 1 – présenter 1 nombre côté points 2 – l'afficher 3 – présenter un autre nombre côté écriture chiffrée 4 – l'afficher | 1 – prévoir le nombre de points présentés sur les 2 supports 2 – chercher à apporter la preuve de son résultat 3 – valider le résultat en utilisant les représentations affichées | Les élèves sont amenés à associer 2 représentations différentes de 2 nombres. Ils pourraient développer des stratégies de surcomptage en partant du nombre écrit en chiffre mais l'enjeu est aussi d'investir des stratégies de recompositions des nombres. |
| 1 - Présenter 1 nombre côté points 2 - Le masquer 3 - Présenter un autre nombre côté point 4 - Le masquer | 1 – prévoir le nombre de points présentés sur les 2 supports sans les voir 2 – chercher à apporter la preuve de son résultat 3 – valider le résultat en utilisant les représentations affichées | Cette tâche mobilise une activité de calcul basée sur les représentations des nombres sans les voir directement. Le travail d'anticipation du résultat est essentiel ; il doit être soutenu par une verbalisation des procédures possibles. La validation finale offre la possibilité de concrétiser les regroupements opportuns (par ex : $9+5$ est plus facile à calculer si on le conçoit comme $5+4+5$ donc comme $5+5+4$) |
| 1 - présenter un nombre côté écriture chiffrée 2 – l'afficher 3 - présenter un autre nombre côté écriture chiffrée 4 - l'afficher | | |



2 – Décomposer des nombres en somme de 2 nombres et identifier les compléments pour obtenir un nombre donné

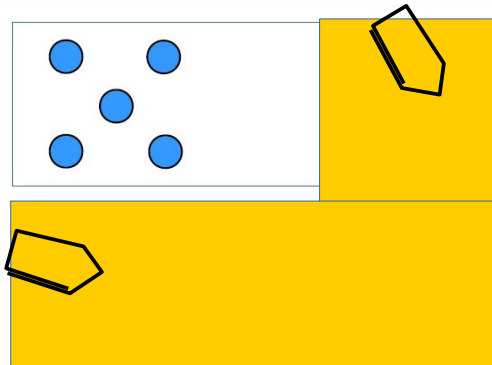
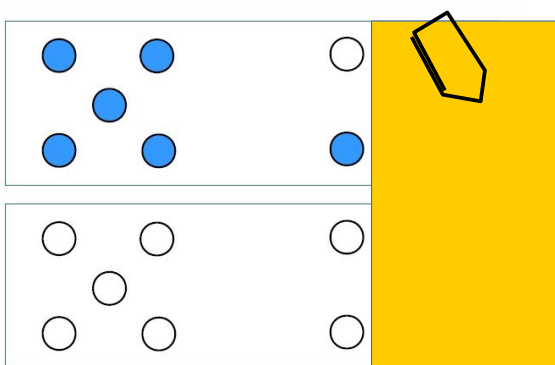
Cette situation peut se dérouler selon le scénario ci-dessous :

1 – présentation d'une carte côté recto → nombre en écriture chiffrée

exemples avec 8 et 14 : les élèves voient la carte présentée côté nombre écrit



2 – Pendant que les élèves voient le nombre, l'enseignant-e masque au recto des points avec un ou deux cartons (les cartons peuvent être maintenus avec des trombones)



3 – Le nombre est présenté aux élèves côté verso

⇒ les élèves doivent prévoir combien de points sont masqués.

4 – La prévision du résultat et donc le pari qui peut en découler amène les élèves à justifier leur proposition.

5 – La validation est mise en œuvre en retirant les cartons . Elle intervient non seulement pour corriger le résultat mais pour valider les procédures et les formaliser.

Dans le cadre du GT, on pourra s'interroger sur :

- la progressivité des calculs proposés
- le rôle et la place des traces écrites
- les éléments qui peuvent être mémorisés et les modalités de mémorisation.



• Cartes recto/verso 1 – 2 – 5

Recto = nombre en écriture chiffrée

Verso = nombre représenté en constellation de

Prévoir un grand nombre de cartes : une dizaine de chaque valeur par binôme d'élèves

Sac opaque

1 sac par binôme d'élèves

1 - Composer une somme égale à un nombre cible avec des cartes 1, 2 et 5 avec possibilité de déplacer les cartes pour simplifier le calcul.

Chaque binôme d'élèves a devant lui des cartes 1 / 2 / 5 disposées en piles. Chaque pile contient une dizaine de cartes. Les cartes sont disposées côté recto visible.

Consigne :

« Un nombre va être écrit au tableau (jusqu'à 20). Vous devez prendre une carte à tour de rôle. Vous les disposez devant vous pour qu'on voie les nombres que vous avez tirés.

Vous pouvez le placer et les déplacer comme vous voulez.

Quand vous pensez avoir atteint le nombre en additionnant tous les nombres, vous arrêtez de prendre des cartes. Vous vérifiez si votre somme est bien égale au nombre de départ.

Pour valider votre réponse définitivement, vous pouvez ensuite retourner les cartes et calculer ou dénombrer s'il y a bien ... points. »

Variable :

- pas de possibilité de déplacer les cartes.

2 - Additionner 2 nombres composés avec les cartes 1 / 2 / 5

Cette situation se décline en plusieurs étapes :

1. 2 nombres différents sont composés à l'aide de cartes 1 / 2 / 5. Les cartes sont visibles ou affichées.
2. Les cartes 1/2/5 sont placées dans une même boîte ou retournées. Les élèves doivent chercher quel est le nombre représenté par l'ensemble des cartes.
3. Les procédures et stratégies sont présentées oralement et débattues. Elles peuvent faire l'objet d'une formalisation au tableau.
4. Les cartes sont retournées pour valider le résultat et/ou les procédures de calcul.

On peut identifier des critères de progressivité sur les nombres proposés :

additionner 2 nombre à 1 chiffre, sans constitution d'une nouvelle dizaine

exemple : $3 + 6$

additionner 1 nombre à 2 chiffres et 1 nombre à 1 chiffre, sans constitution d'une nouvelle dizaine

exemple : $23 + 6$

additionner 2 nombres à 1 chiffres avec constitution d'une nouvelle dizaine

exemple : $7 + 5$

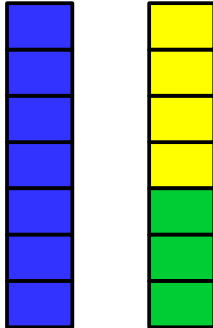
additionner 1 nombre à 2 chiffres et 1 nombre à 1 chiffre, avec constitution d'une nouvelle dizaine

exemple : $27 + 5$



enjeu : décomposer un nombre en une somme de 2 termes

Une tour est présentée. Elle est accessible aux élèves. Ils doivent prendre en 1 seul déplacement des cubes de 2 couleurs différentes pour construire une tour exactement de même hauteur que la tour de référence.



Variables :

- Une tour est présentée. Elle est accessible aux élèves. Ils doivent passer 2 commandes distinctes pour reconstruire une tour de même hauteur avec 2 couleurs distinctes.
- Une tour présentée aux élèves mais masquée. Le nombre de pièces est indiqué. Ils doivent passer 2 commandes distinctes pour reconstruire une tour de même hauteur avec 2 couleurs distinctes.

Dans cette situation, l'enjeu est de prévoir combien de pièces d'une couleur et combien de pièces d'une autre couleur permettent de construire une tour de même hauteur que la tour de référence. On aborde une compétence essentielle de calcul qui est de prévoir (anticiper) un résultat possible. La juxtaposition des tours est un moyen de valider une procédure prise en charge sans recourir au réel.

• Jeu des messages

Cette situation doit amener les élèves à :

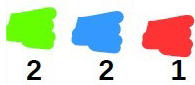
- concevoir un nombre comme la somme de plusieurs quantités
- exploiter des représentations analogiques (figurées) des nombres pour gérer des calculs additifs
- entrer dans le registre de la communication pour dépasser le comptage et/ou surcomptage
- reconnaître des régularités dans les faits numériques et mémoriser les résultats les plus réguliers

Situation initiale : Choisir une feuille contenant un nombre de ronds égal à la somme de plusieurs nombres figurant sur un message.

Ils vont devoir constituer deux nombres égaux, l'un étant constitué de la somme de plusieurs petits nombres, l'autre correspondant au cardinal d'une collection visible ou masquée.

Matériel

- messages désignant une somme de plusieurs nombres



- feuilles représentant des collections comprises entre 3 et 20



Dispositif : les feuilles des collections de ronds sont disposées à distance des élèves.

Consigne : « Vous avez devant vous un message qui comporte des nombres et des couleurs. Par exemple (en montrant l'exemple ci-dessus), vous voyez 1 avec la couleur rouge, 2 avec le bleu et 2 avec le vert. Vous devez aller prendre sur la table une feuille sur laquelle il y a des ronds. Vous aurez réussi si vous parvenez sur la feuille à colorier exactement 1 rond rouge, 2 ronds bleus et 2 ronds verts. Pour vérifier si vous avez réussi, vous revenez à votre place et vous coloriez en respectant les indications du message»

Variables :

- Les élèves doivent se déplacer pour prendre une feuille. Ils ne peuvent pas les retourner pour choisir ; ils ne peuvent sélectionner la feuille qu'ils recherchent qu'en s'appuyant sur le nombre inscrit.

- les élèves ne peuvent pas choisir leur feuille en les manipulant. Ils doivent commander une feuille en désignant oralement le nombre de ronds qu'elle doit contenir.