LE NOMBRE AU CP

POINTS DE VIGILANCE

Ce document complète les ressources mises à disposition des enseignants sur le site maths dans la rubrique CP 2022 – 2023. Ces éclairages peuvent servir de points d'appuis et de médiation pour les constellations ou au sein des équipes enseignantes.

Les points de vigilance présentés sont le produit d'expérimentations conduites dans plusieurs secteurs du département et sont le plus souvent étayés par des travaux de recherche. L'ambition est de rendre plus explicites certains aspects des apprentissages spécifiques au CP.

Elle est aussi de mettre en évidence certains obstacles inhérents aux notions étudiées et résultant parfois des démarches elles-mêmes. Certains apprentissages peuvent déboucher trop rapidement sur des « techniques » ou des « formes codifiées » qui vont supplanter le sens même de la notion et les raisonnements.

Par ailleurs, il s'agit aussi de promouvoir un certain « tempo » et une approche spiralaire faite de retours réguliers sur des notions plutôt que structurer une programmation de façon linéaire et strictement progressive.

L'ordre de présentation des points de vigilance ne correspond pas à une hiérarchisation de leur importance.

Suite orale - suite écrite des nombres : deux systèmes à mettre en relation dès le début du CP

Un grand nombre d'élèves arrive au CP avec un bon niveau de maîtrise de la suite orale des nombres jusqu'à 30. Ils savent plutôt bien écrire les nombres jusqu'à 10 et surtout les lire. La suite orale des nombres et la suite écrite peuvent faire l'objet d'apprentissages et d'enseignements distincts. On peut apprendre à dire la suite des nombres et on peut parallèlement comprendre comment se génère l'écriture des nombres, à partir de la maîtrise des 10 premiers signes (0, 1, 2…, 8, 9).

<u>L'enjeu important est de mettre en relation la désignation orale avec sa désignation écrite</u>.

(Ces deux modes de désignations des nombres correspondent aux deux registres symboliques mise en évidence par le triple code (S. Dehaene). Il s'agit de favoriser l'établissement de connexions entre les aires cérébrales dédiées au traitement de ces deux représentations des nombres)

Les connaissances qui permettent d'associer les dimensions verbales et écrites du nombre peuvent se construire avant la compréhension du principe décimal et positionnel.

La suite des nombres :
un système globalement régulier avec des irrégularités

L’apprentissage des premiers nombres sollicite des capacités de mémorisation qui ne peuvent pas s’appuyer sur des structures logiques et récurrentes. On peut évoquer une absence de transparence sur les règles d’engendrement des nombres de 1 à 16.

[ex : On ne peut pas facilement concevoir que après « onze », il y a « douze »].

Sur les vingt premiers nombres, dix-sept d’entre eux ne relèvent pas d’une construction transparente ou logique.

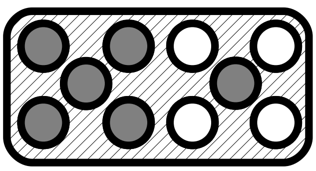
Cette caractéristique peut amener des élèves à concevoir que l’apprentissage des nombres mobilisent des compétences de mémoire très exigeantes. Compétences qu’ils pensent ne pas être en mesure de posséder. Ils définissent une forme de contrat qui les rendraient inaptes à appréhender les nombres.

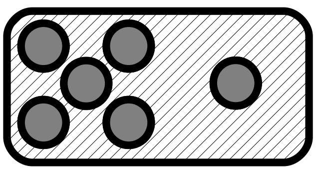
C’est en apprenant à dire et écrire des nombres qui sont supérieurs à 20 que les régularités vont émerger. Ces apprentissages peuvent être envisagés même si les élèves n’ont pas une maîtrise solide des nombres jusqu’à 16 et notamment de 11 à 16.

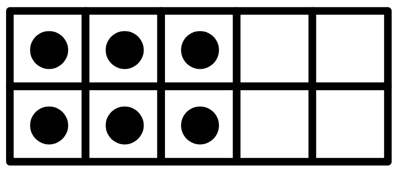
<u>On peut l'envisager dès les périodes 1 et 2.</u>

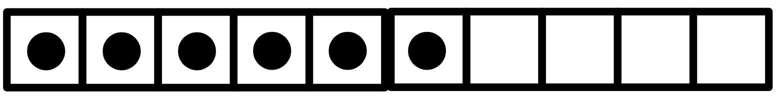
Les représentations des nombres et/ou des quantités :
une relation entre connaissances numériques et spatiales
et un atout pour étayer une activité de calcul mental

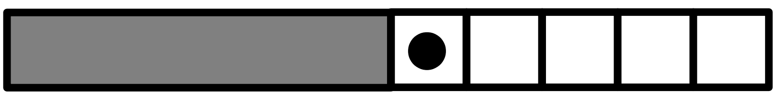
Dès les premiers nombres, il s’agit d’utiliser des représentations qui permettent de reconnaître ou de représenter des nombres sans compter chacun des éléments.











Exemples : à l’aide des configurations précédentes, 6 peut être décrit comme :

- 5 et encore 1 ou 5 + 1
- 3 et encore 3 ou le double de 3 ou 3 + 3
- 10 auquel on enlève 4 ou 10 – 4

Il ne s’agit pas de hiérarchiser ces différentes représentations mais rechercher les atouts et limites de chacune.

Ces configurations peuvent faire l’objet de descriptions verbales sans nécessairement utiliser un matériel tangible. La manipulation et l’observation des représentations (sous formes de cartes par exemples) est nécessaire dans un premier temps. Nous pouvons postuler que ces manipulations peuvent ensuite se substituer à des actions mentales basées sur des descriptions.

Elles peuvent donner accès à des « manipulations mentales » dans la perspective de réaliser des calculs.

Par exemple : la somme de 7 + 6 peut être traitée mentalement comme la somme de 5 + 2 + 5 + 1 donc de 10 car 5+5=10 et 2+1=3 donc 10+3=13.

L’enjeu est de donner la possibilité aux élèves de reconstruire un résultat pour des calculs dont la mémorisation échappe à un grand nombre. La représentation figurée de collections et la capacité à les reconnaître et les décrire peuvent être vues comme un étayage pour agir et calculer mentalement.

Le dénombrement de collections : un processus de quantification à trois dimensions

Toutes les situations ne relèvent pas toujours du même processus de dénombrement. Le recours systématisé à l’algorithme récitatif de la comptine numérique comporte le risque de connoter le dénombrement à cette procédure. On peut en distinguer trois dont l’usage doit être adapté en fonction du contexte proposé :

- reconnaissance directe : processus adapté à de très petites quantités 1 / 2 / 3… Elle permet de quantifier une quantité sans recourir à l’énumération de chacun des éléments.
- processus d’estimation : il permet d’attribuer une valeur approximative à une collection ou de comparer des collections figurées (notamment si l’écart entre les deux est important).
- dénombrement par comptage : il permet de rechercher la valeur exacte du cardinal d’une collection ou d’une position. Il constitue souvent le processus le plus utilisé et le plus enseigné au risque de l’installer comme modalité unique de résolution de problèmes numériques. (« On recompte tout »). Ceci au détriment de procédures basées sur les décompositions et le calcul.

Il semble intéressant de développer chez les élèves des capacités à estimer des quantités avant d'opérer un dénombrement exact.

Une connaissance non numérique pas toujours maîtrisée : l'énumération

En début de CP, des élèves peuvent être en difficulté dans le dénombrement par comptage dans l'association objet pointé et énonciation du mot nombre. Énumérer consiste à traiter (compter, trier, comparer) chaque élément d'une collection une fois et une seule.
Cette aptitude peut faire d'objet d'un apprentissage spécifique notamment en période 1.

La maîtrise de l'énumération est déterminante dans la construction du système des entiers.

Les nombres entiers : un système de nombres successifs générés par une itération de 1

Ce principe qui fait que chaque entier est obtenu par ajout de 1 à celui qui le précède ou par retrait de 1 à celui qui suit peut être relativement invisible aux élèves en début de CP.
Certains peuvent avoir des difficultés à concevoir que l'écart entre 3 et 4 est égal à l'écart entre 15 et 16. Le dénombrement par comptage peut ne pas le rendre visible et amener des élèves à recompter toujours depuis le début.

En ce sens, la modification de collections auxquelles on ajoute 1 ou +, auxquelles on retranche 1 ou +, peut constituer un levier dans la mesure où on ne peut pas tout recompter.

Le nombre : des fonctions plurielles

Le nombre répond à plusieurs fonctions :

- encoder / décoder une quantité ou une position
- associer deux quantités ou deux positions (composer deux collections équipotentes ou positionner un objet dans une même position qu'un autre)
- comparer des quantités ou des positions
- anticiper un résultat après une action (ajout / retrait ou déplacement en avant / en arrière)

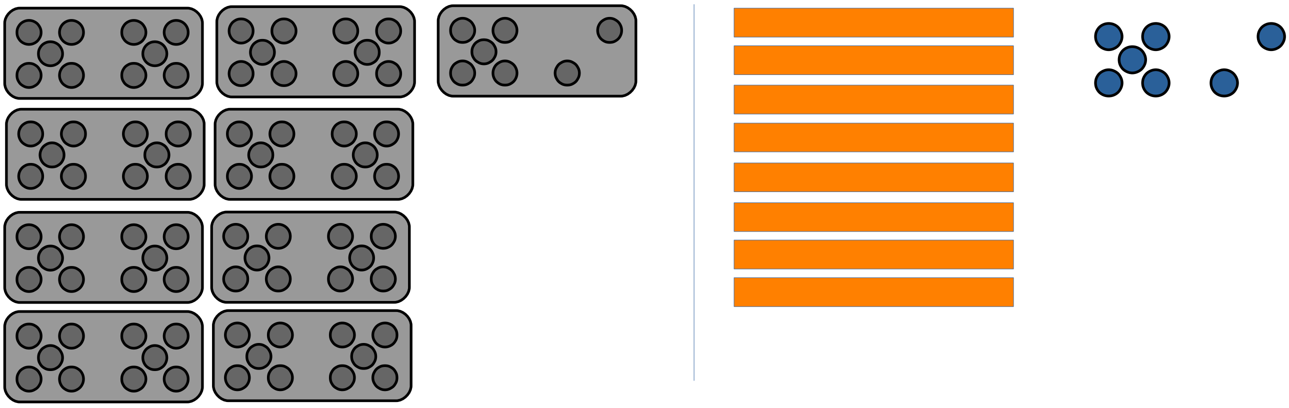
Ces fonctions peuvent être sollicitées dès les premiers apprentissages et sur des petits nombres.

Les supports pour représenter les nombres : des complémentarités nécessaires

On peut distinguer deux grands types de supports (deux registres de représentation des nombres) :

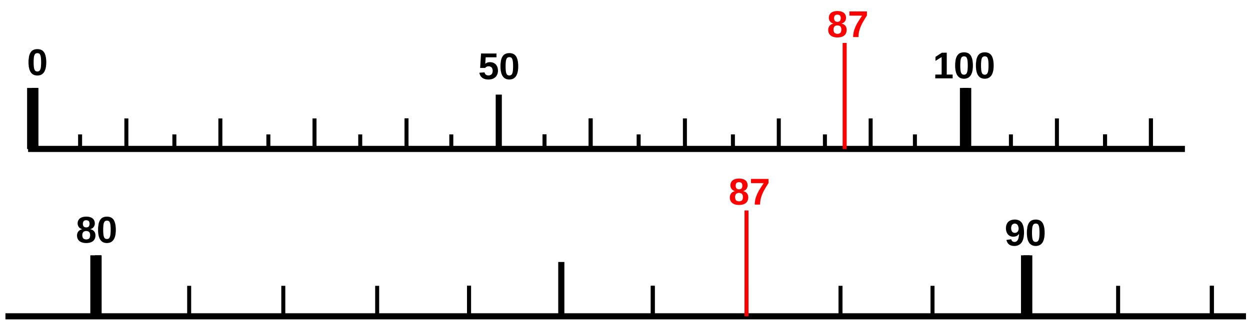
- des cartes ou des matériels représentant les quantités (100, 10 et/ou unités) qui vont aider à concevoir le principe décimal.

Exemples pour représenter 87 :



- des droites avec des graduations qui vont permettre de concevoir la position des nombres les uns par rapport aux autres et l'écart entre 2 nombres.

Exemples pour 87 :



L'enjeu est de passer d'un registre à l'autre et/ou de déceler le plus efficient dans une situation donnée.

Ces deux types de supports construisent des connaissances de façons distinctes et complémentaires :

Représentations des quantités (10 ou unités)	Droites graduées
• Favorisent la représentation décimale des nombres • Favorisent le repérage des unités de numération • Favorisent la compréhension des mécanismes additifs	• Rendent visibles les positions des nombres les uns par rapport aux autres • Structurent le langage spatial : avant / après / entre… • Rendent plus explicite les notions d'écarts et de différences

Le groupement décimal : un principe à la base de la numération positionnelle

Le groupement comme modalité de représentation des nombres ou de traitement de quantités et collections peut être envisagé comme un apprentissage indépendant du codage et décodage des nombres. Le groupement peut être considéré comme une solution optimale pour rendre explicite la comparaison de collections. (Voir travaux d'E. Mounier).

Cet apprentissage peut précéder le recours au groupement décimal pour aborder l'écriture positionnelle et les unités de numération. Il fonde le sens du groupement comme structure des nombres et adaptation optimale pour comprendre l'écriture positionnelle.

Il combine le développement de connaissances spatiales (configurations reconnaissables des groupements) et numériques (dénombrement des groupements et des unités).

La maîtrise des calculs additifs simples (somme des nombres à 1 chiffre) : mémorisation VS reconstruction

Des études déjà anciennes (Siegler 1987) montrent que pour des calculs additifs simples, moins de la moitié des calculs effectués par des élèves de CP sont obtenus par récupération en mémoire des résultats connus. Cette donnée dément la pertinence d'un apprentissage systématique des tables d'addition.

Il semble préférable d'aider les élèves à distinguer les calculs dont les résultats leur paraissent mémorisables des calculs qui doivent faire l'objet d'une reconstruction. La liste des résultats mémorisés va évoluer en cours d'année.

Par ailleurs, la palette des autres stratégies possibles est assez large au CP :

- le surcomptage (effectuer la somme en recomptant à partir du plus grand des deux nombres) : 3+8 c'est 8 +1=9, 9+1=10 et 10+1=11. Souvent ce dénombrement additif est géré en utilisant les doigts.

- le recomptage de tout : on utilise tous les doigts pour calculer .

- la décomposition X : 8+3 c'est 8+2=10 et 10+1=11 – 7+6 c'est 6+6=12 et 12+1=13 (Le plus souvent, on recourt aux compléments à 5 ou 10 et aux doubles comme calculs intermédiaires)

- la « devinette » parfois

L'ambition d'un apprentissage explicite peut être d'identifier toutes les stratégies. L'enjeu pourra alors être (après avoir invalidé la « devinette » comme méthode de calcul exact) de définir leur champ d'application optimale.

Par exemple, le recomptage de tout peut fonctionner assez rapidement sur des petits nombres (3+2). Le surcomptage pourra s'appliquer à des sommes où l'un des nombres est beaucoup plus petit que l'autre.

Les décompositions s'appliqueront à des sommes dans lesquelles on a repéré la présence d'un double ou la possibilité de compléter un des nombres pour obtenir 10.

Les décompositions des nombres, la complémentation à un nombre : des connaissances fondamentales

Les nombres peuvent être envisagés comme la résultante de plusieurs combinaisons. Ex : 14 c'est 10 et encore 4 mais c'est aussi 8 et 2 et encore 4… ou encore 5 et 5 et 4…

Certains nombres peuvent prendre un statut de nombres repères : multiples de 10 ou dizaines entières / multiples de 5, notamment 25 et 50…

La capacité à identifier les compléments à un nombre pour atteindre ces nombres repères participe à la construction du nombre et à la compréhension du système des entiers.

Ex : 46 c'est presque 50. De 46 à 50, il faut ajouter 4.

Ces connaissances prennent sens dans les situations de calculs additifs et soustractifs notamment. Elles permettent de passer par des calculs intermédiaires plus facilitant.

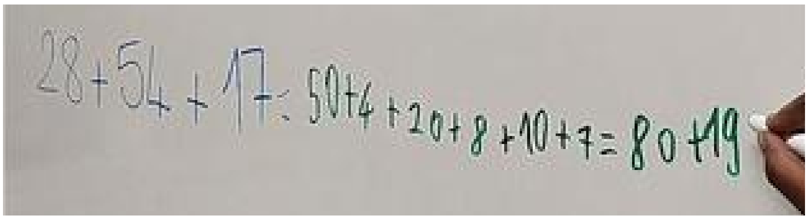
Par exemple :

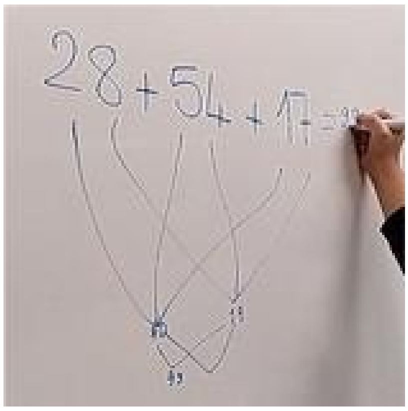
L'écart entre 36 et 62 (36 + … = 62 ou 62 – 36 = …) peut être vu comme la somme des écarts entre 36 et 50 et entre 50 et 62.

Les calculs additifs avec des grands nombres : Technique opératoire VS calcul en ligne

La maîtrise d'une technique opératoire de l'addition (algorithme récitatif) demeure un attendu du programme de CP.

Un enseignement des calculs additifs sur les grands nombres peut avoir comme ambition surtout de renforcer la maîtrise de la numération positionnelle. En ce sens, il semble intéressant de privilégier le calcul en ligne qui va davantage solliciter les propriétés des nombres et leurs décompositions en unités de numération.





Dans le prolongement des connaissances construites par le calcul en ligne et des automatismes construits, nous pouvons envisager un apprentissage de techniques opératoires basé sur un usage d'algorithmes progressifs.

L’enjeu est permettre aux élèves de poursuivre les apprentissages du calcul en sollicitant des connaissances sur les nombres et les opérations pour raisonner.

$$\begin{array}{rcc} & 4 & 6 \\ + & 3 & 7 \\ \hline & 7 & 0 \\ + & 1 & 3 \\ \hline & 8 & 3 \end{array} \qquad \begin{array}{rcc} & 4 & 6 \\ + & 3 & 7 \\ \hline & 1 & 3 \\ + & 7 & 0 \\ \hline & 8 & 3 \end{array} \qquad \begin{array}{rcc} & 1 & \\ & 4 & 6 \\ + & 3 & 7 \\ \hline & 8 & 3 \end{array}$$

1 - L’élève commence par additionner les dizaines (4d et 3d ça fait 7 d ou 40+30=70). Il inscrit ce résultat intermédiaire sur une première ligne. Il additionne ensuite les unités, 6+7=13. Il inscrit 13 en faisant correspondre les unités de numération. L’addition 70 + 13 peut être ensuite abordée avec la même logique : 7d et 1d ça fait 8d donc 80 ou 80u et encore 3 unités, ça fait 83 ou 83u.
Cette première option correspond à la procédure la plus intuitive dans une somme de nombres à deux chiffres : on additionne d’abord les dizaines.

2 - L’élève conserve la même approche mais commence par additionner les unités puis les dizaines. On retrouve une addition basée sur une distinction des unités de numération et une reconnaissance de leur valeur pour produire un calcul intermédiaire plus facile à traiter. Il mobilise les connaissances acquises sur la dimension positionnelle des entiers.

3 - L’élève utilise une technique opératoire en appliquant un algorithme récitatif qui ne rend pas visible les connaissances mobilisées.