

TOURS, CUBES ET GRADUATIONS : SITUATIONS

Ce document a été conçu, suite à plusieurs temps de formation en constellations. Des dispositifs d'accompagnement en classe ont permis de tester ces différentes situations, dans le cadre du plan mathématiques.

Propositions de scénarios autour des « unités continues ».

Définition unités continues – unités discrètes

Les données discrètes ont des valeurs distinctes et dénombrables, tandis que les données continues peuvent prendre une infinité de valeurs dans un intervalle. Une variable discrète a une valeur finie. Il est possible de les énumérer (« 1, 2, 3,... »). Une variable continue peut prendre, en théorie, une infinité des valeurs, formant un ensemble continu.

Des variables discrètes :

Le nombre d'items dans une liste.

Le nombre de personnes dans une salle.

On peut généralement l'énoncé sous la forme « Le nombre de... ».

Des variables continues :

Le temps de réalisation d'une tâche.

La taille, le poids d'une personne.

La longueur d'un couloir.

L'ensemble des situations s'appuie sur la construction de tours par empilement de modules identiques pour que leur nombre puisse être associé à la hauteur de la tour.

Chaque situation doit être adaptée au niveau ou au contexte de la classe. Elle ne doit pas être nécessairement proposée en une seule séance. Elle doit faire l'objet de plusieurs séances, y compris lors de temps dédié à la réitération (ateliers autonomes, temps d'accueil...)

Matériel à prévoir :

- Une douzaine de cubes par élève (200 cubes au moins). → limiter la construction de la tour à un même type de Duplo (carré ou rectangle)
- Une couverture pour atténuer le bruit des cubes et permettre de les cacher pendant la passation des consignes.
- Des disques de couleur ou de petites boîtes circulaires (afin de délimiter un espace pour inciter les élèves à construire une tour en hauteur) : diamètre à peine supérieur à la longueur de l'arête d'un cube.
- Des barquettes et / ou des sachets transparents et opaques

SOMMAIRE

Généralités	1
1 – Découverte du matériel.....	3
2 – Manipulation et sablier : une tour puis une deuxième de la même taille	4
SITUATION 1	4
Construire une tour pendant un temps limité (30 secondes)	4
SITUATION 2	4
Phase 1 : Construire une tour dans un temps limité (30 secondes)	4
Phase 2 : Construire une tour exactement de la même hauteur.	4
SITUATION 3	5
Phase 1 : Construire une tour dans un temps limité (30 secondes).	5
Phase 2 : Reproduire une tour de même hauteur sans pouvoir comparer directement avec la première tour.	5
3 – Tours et cartons : comparaison et tri	7
4 – Estimation	8
5 – Mesure.....	9
SITUATION 1	9
SITUATION 2	10
SITUATION 3	11
SITUATION 4	12
6 – Tours, cubes et bandes	14
SITUATION 1	14
SITUATION 2 Estimation.....	15
SITUATION 3 Estimation.....	15
7 – Mesure avec une référence	17
SITUATION 1 Mesure	17
SITUATION 2 Mesure avec un étalon	17
8 – Composition et décomposition d'un nombre avec des tours de cubes	20
SITUATION 1	20
SITUATION 2	21
SITUATION 3	21
ANNEXES.....	24
Annexe 1.....	24
Annexe 2.....	25

1 – Découverte du matériel

Objectifs :

- Découvrir et manipuler le matériel.
- S'entraîner à la préhension d'un objet (Duplo).

Manipulation libre :

Les élèves manipulent librement les cubes Duplo pour s'approprier le matériel et jouer. Ils doivent avoir pu disposer de temps suffisamment longs et répétés pour bien connaître le matériel et avoir développé suffisamment d'habiletés de manipulation (motricité fine pour emboîter facilement et rapidement les cubes).

Quelques propositions :

- Construire librement jusqu'à épuisement du matériel
- Jeu guidé : avec les tours réalisées librement, il s'agit de les observer puis les comparer les unes aux autres. L'enseignant permet aux élèves, par la verbalisation, de se familiariser avec la comparaison : plus grande, plus petite, celles qui sont « pareilles », de la même taille, de la même hauteur, 3 cubes de plus ou 2 cubes de moins...
- Poser la main au-dessus pour « vivre » de façon sensorielle la même taille, la main est « à plat » sur les 2 tours.
- Construire des tours en les posant sur un disque, pour suggérer une construction dans la hauteur.



2 – Manipulation et sablier : une tour puis une deuxième de la même taille

ENJEU : Faire entrer les élèves dans le registre de la comparaison directe

Les élèves ont les mains sur la tête pour ne pas commencer avant les autres. Les cubes sont disposés sur une couverture pliée de manière à les dissimuler.

SITUATION 1

Construire une tour pendant un temps limité (30 secondes)

Objectifs :

- Comparer des tours en fonction de leur hauteur.
- Acquérir le vocabulaire de la comparaison : « plus petit que / plus grand que / de la même taille / de la même hauteur / autant de cubes / plus de cubes que / moins de cubes que... »

Au top départ de l'enseignant, « A vos marques, prêts ? Construisez ! » les élèves doivent réaliser une tour dont la base est constituée d'un seul cube, sur le disque jaune prévu à cet effet. L'enseignant stoppe l'activité quand tous les élèves disposent d'une tour (même très petite, de 2 cubes). Il pose ensuite la question suivante : Quelle tour est la plus grande ? Les élèves, grâce à la manipulation des tours et la verbalisation de l'enseignant ou celle des autres, comparent les tours par :

- perception : quand les hauteurs sont suffisamment distinctes
- juxtaposition : quand les hauteurs sont proches

SITUATION 2

Phase 1 : Construire une tour dans un temps limité (30 secondes)

Phase 2 : Construire une tour exactement de la même hauteur.

Objectif :

- Construire une tour de la même hauteur qu'une tour donnée visible.

Consigne : « Vous devez construire une première tour jusqu'à ce que je vous dise stop. Puis, vous devrez construire une autre tour à côté de la première qui fera la même hauteur. »

Au top départ de l'enseignant, « A vos marques, prêts ? Construisez ! » les élèves doivent réaliser une tour dont la base est constituée d'un seul cube, sur le disque jaune prévu à cet effet. L'enseignant stoppe l'activité quand tous les élèves disposent d'une tour. Les élèves doivent refaire une tour identique à celle construite précédemment.

Comportements observés :

- Des élèves accumulent des pièces en grand nombre et commencent ensuite à construire.
- Pour les PS/MS, il est difficile de fabriquer une autre tour à côté de la première. Les élèves sont nombreux à mettre des cubes supplémentaires sur la tour qu'ils viennent de construire.
- Certains élèves ne s'occupent pas du modèle et construisent une grande tour.
- Les élèves ont tendance à ajouter des cubes à la première pour qu'elle soit de la même taille que la deuxième. C'est difficile pour eux d'enlever les cubes en trop sur la deuxième.
- Des élèves construisent pièce par pièce en juxtaposant systématiquement.
- Des élèves préparent une tour et font un ajustement quand ils pensent être proches de la hauteur voulue.

SITUATION 3

Phase 1 : Construire une tour dans un temps limité (30 secondes).

Cette tour est ensuite cachée dans un tube en carton ou feuille A4 roulée.

Phase 2 : Reproduire une tour de même hauteur sans pouvoir comparer directement avec la première tour.

Quand les élèves pensent avoir terminé, on peut retirer le cache et comparer les 2 tours construites.

Objectif :

- Construire une tour de la même hauteur qu'une tour donnée visible puis cachée pendant la construction.



Comportements observés :

- Peu d'élèves pensent à dénombrer les cubes Duplo utilisés pour la première tour.
- Certains élèves utilisent le critère couleur pour mémoriser la constitution de leur tour.

Eléments pour l'institutionnalisation

Enjeux : **Comparer de manière directe. Identifier les critères de réussite.**

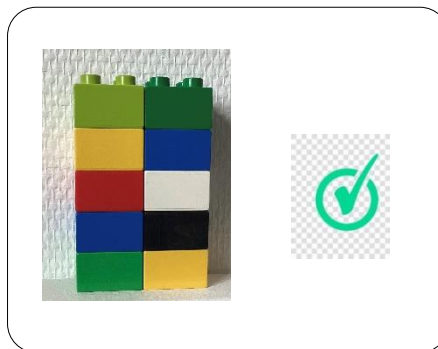
Il est important de faire verbaliser que :

- si la tour est trop grande, il faut en enlever.
- si la tour est trop petite, il faut ajouter des cubes.

On compare les tours obtenues, on les décrit : la plus grande, la plus petite, les « pareilles », de la même taille, de la même hauteur...

La procédure par dénombrement n'est pas attendue à ce moment-là de la séquence.

Pour formaliser les critères de réussite, il est possible de créer des cartes sur le modèle en [Annexe 1](#).



3 – Tours et cartons : comparaison et tri

ENJEUX : Comparer de manière directe des tours de 2 ou 3 cubes

Trier et classer les tours selon le nombre de cubes constituant la tour.

Différence Trier / classer

Trier consiste à séparer des éléments en deux ensembles selon un critère binaire, tandis que classer consiste à organiser des éléments selon un ou plusieurs critères communs.

Exemples

- *trier : les tours de 2 cubes // toutes les autres tours (celles qui ne font pas 2 cubes)*
- *classer : selon le nombre de cubes : tours de 2 cubes // tours de 3 cubes // tours de 4 cubes // ...*

Objectif :

- Trier puis classer des tours selon leur hauteur.

Déroulement :

Construire des tours de 2 cubes.

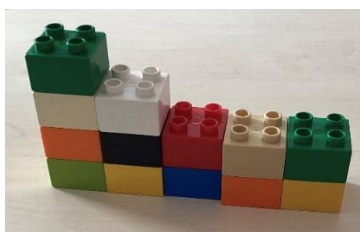
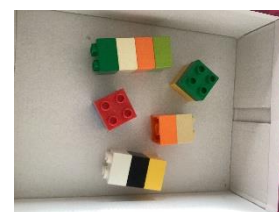
Les déposer dans le carton dédié, fermé dont le couvercle comporte une fente.

Le carton est mis de côté et son ouverture est différée.

Le carton est ouvert et les élèves sont invités à observer toutes les tours contenues dedans. Ils doivent discriminer celles qui ont 2 cubes. Les élèves comparent et verbalisent pour ne garder dans le contenant que les tours qui ont effectivement une hauteur de 2 cubes.

Prolongement : Comment se souvenir de ce que contient ce carton ?

On peut dessiner à l'échelle une tour et prendre une photo « mémoire ».



Variables :

- ✓ Tours de 2, 3 ou 4 cubes
- ✓ Cerceau à la place du carton : les élèves peuvent voir les tours de 2 cubes et « réparer » les tours.
- ✓ Signes distinctifs sur les cartons : différentes représentations analogiques (constellation dés, doigts, nombre écrit en chiffre, photo de la tour...)
- ✓ « Gardiens » des cartons qui rappellent le nombre de cubes dans la tour.
- ✓ Nombre de cartons : 1 carton pour les tours de 2 / 1 carton pour les tours de 3 : classement.

4 – Estimation

ENJEU : Estimer la hauteur d'une tour pour construire une tour dont la hauteur est proche de celle de la tour modèle.

Objectif :

- Comprendre la notion d'estimation et se familiariser avec les termes « estimer » et « estimation ».

Mise en place de tours à « mémoriser », tours modèles de l'enseignant

Déroulement :

Modèle : une grande tour (au moins 8 cubes) déposée sur un disque jaune sur la table.

L'élève va chercher à distance des cubes afin de réaliser une tour qui semble avoir la même taille. La tour modèle n'est pas immédiatement visible depuis le bac avec les cubes.

Il revient à sa place avec les cubes, construit la tour et compare la tour ainsi réalisée avec le modèle placé sur le disque jaune.

La place de l'enseignant est essentielle pour verbaliser.

Eléments pour l'institutionnalisation

L'enjeu principal :

Estimer le nombre de cubes nécessaires pour réaliser une tour presque identique.

Mesurer l'écart entre la tour obtenue et la tour modèle.

Les élèves vont ainsi aborder l'estimation par le biais :

- de mises en commun et de l'explicitation des raisons de la réussite et/ou de l'échec
- de répétitions d'expériences.



Une erreur à 1 ou 2 cubes près est acceptable, c'est une « bonne » estimation, mais cela dépend également de la hauteur de la tour initiale. La tour doit mesurer plus de 8 cubes pour que l'estimation de 2 soit acceptable.

5 – Mesure

ENJEUX : Mesurer la hauteur d'une tour

Dénombrer les cubes constituant la tour modèle pour réaliser une tour de même hauteur que celle du modèle.

Mise en place de tours à « mémoriser », tours modèles de l'enseignant

SITUATION 1

Objectif :

- Comprendre la nécessité d'utiliser le nombre pour construire une tour donnée.

Matériel : Barquettes, cubes

Déroulement :

L'élève va chercher à distance juste ce qu'il lui faut de cubes afin de réaliser une tour de la même hauteur que la tour modèle déposée sur un disque jaune sur la table

Il revient à sa place avec les cubes, construit la tour et compare la tour ainsi réalisée avec le modèle placé sur le disque jaune.

Consigne : « Vous devez aller chercher *juste ce qu'il faut* de cubes pour construire une tour exactement de la même hauteur, de la même taille. »

Points de vigilance :

- Ne pas dire « une tour pareille que le modèle » afin que les élèves ne tiennent pas compte des couleurs mais seulement de la hauteur, du nombre de cubes.
- Ne pas dire « combien » ni « le nombre » dans la consigne et l'étayage afin de ne pas induire l'élève dans ces procédures. C'est en trouvant par lui-même une procédure efficace que l'élève comprendra l'importance d'utiliser le nombre pour résoudre son problème.

Critères de réussite :

L'élève aura réussi si la tour est exactement de la même taille que la tour modèle, c'est-à-dire, si elle contient le même nombre de cubes.



Variables :

- ✓ nombre de tours (2 ou 3 tours en PS, jusqu'à 4 tours pour les GS/CP)
- ✓ hauteur des tours (2/4/5 cubes ou 3/5/8 cubes...), mais en prenant la précaution de ne pas proposer des tours dont le nombre de cubes a pour écart 1 par rapport à la tour précédente (pas d'escalier régulier).
- ✓ choix et alternance des couleurs de cubes
- ✓ commande orale auprès d'un élève marchand
- ✓ commande écrite : utilisation de cartes-nombres (écriture chiffrée, constellations du dé, doigts...) ou ardoise ou feuille pour que les élèves écrivent eux-mêmes



SITUATION 2

Objectif :

- Utiliser le nombre dans son aspect cardinal.

Matériel :

- Barquettes ou sachets de cubes préparés préalablement.

Déroulement :

L'élève va chercher à distance le sachet de cubes qui lui permettra de réaliser une tour de la même taille, de la même hauteur que la tour modèle déposée sur le disque jaune, sur sa table. Il revient à sa place avec ce sachet de cubes, construit la tour et compare la tour ainsi réalisée avec le modèle placé sur le disque jaune.

Consigne : « Vous devez aller chercher la barquette / le sachet avec juste ce qu'il faut de cubes pour construire une tour exactement de la même hauteur. »

Point de vigilance : Ne pas dire « combien » ou « compte » dans la consigne ou lors de l'aide individuelle (étayage) afin de laisser les élèves développer leurs procédures et stratégies. De plus, il ne s'agit pas d'enfermer l'élève dans une procédure de comptage : il est possible d'utiliser le subitizing (reconnaissance globale des quantités inférieures à 3 ou 4, sans passer par le comptage)

Critères de réussite :

L'élève aura réussi si la tour est exactement de la même taille que la tour modèle, c'est-à-dire, si elle contient le même nombre de cubes **et** si le sachet est vide.

Variables :

- ✓ sachets transparents ou barquettes avec un nombre de cubes visibles, préparés préalablement avec des nombres correspondants aux tours à construire → dénombrement des cubes possible
- ✓ sachets opaques avec représentation analogique (doigt, constellation du dé, points) → amène l'élève à une représentation mentale du nombre (abstraction) car le dénombrement des cubes présents dans le sachet n'est pas possible.

SITUATION 3

Objectifs :

- Utiliser le nombre dans son aspect cardinal pour construire une tour donnée.
- Comprendre que la hauteur d'une tour peut se définir par le nombre de cubes qui la composent, même si la photo de sa représentation est à une autre échelle que la réalité (⇒ abstraction)

Matériel :

- Barquettes, cubes, photos ([Annexe 2](#)).

Déroulement :

L'élève va chercher à distance le nombre de cubes ou le sachet de cubes qui lui permettra de réaliser une tour de la même taille, de la même hauteur que celle représentée sur la photo. Il revient à sa place avec ce sachet de cubes, construit la tour et compare la tour ainsi réalisée avec la photo.

Consigne : « Vous devez aller chercher la barquette / le sachet avec juste ce qu'il faut de cubes pour construire une tour exactement de la même hauteur que celle de la photo. »

Points de vigilance : Cette situation nécessite d'avoir réalisé la situation précédente si les photos ne sont pas à l'échelle. Dans ce cas, elle n'est plus directement auto-validante. L'élève peut utiliser ses doigts pour désigner la quantité de cubes sur la photo et ensuite faire de même sur la tour (correspondance terme à terme 2 fois).

Critères de réussite :

L'élève aura réussi si la tour est exactement de la même taille que la tour modèle, c'est-à-dire, si elle contient le même nombre de cubes **et** si le sachet est vide.

Variables :

- ✓ commande orale
- ✓ commande sous forme de cartes-nombres (points, gommettes collées en colonne ou non, constellation du dés, doigts de la main ...)
- ✓ en prenant un sachet (cf. variables plus haut)
- ✓ nature de la photo modèle : à l'échelle (on peut déposer les cubes afin de valider) / à une échelle différente / en noir et blanc
- ✓ construire 3 ou 4 tours modèles présentées en même temps (de nombres de cubes qui ne se suivent pas, ex : 2/4/5 ou 3/5/8...),



SITUATION 4

Objectif :

- Comprendre la nécessité d'utiliser une trace écrite pour garder en mémoire la hauteur de plusieurs tours, avec une mise à distance dans le temps.

Matériel :

- Cubes
- Disques de couleur
- Feuilles de papier et crayons mis à disposition des élèves s'ils en font la demande

Modèle : 3 ou 4 tours (de nombres de cubes qui ne se suivent pas, ex : 2/4/5 ou 3/5/8...),

Déroulement :

Phase 1 : Mise en place de tours à « mémoriser », à plus long terme

L'enseignant met sur une table 4 tours constituées d'une quantité de cubes différentes. Il dépose chacune d'elles sur un disque de couleur. Les élèves devront être capables de refaire les 4 tours de la même hauteur qui seront cachées.

Consigne : « *Demain, vous allez devoir refaire des tours de la même hauteur que celles-ci mais attention, elles seront cachées. Comment faire pour se souvenir ?* »

Phase 2 : Construction des tours

1. Les élèves construisent leurs tours
2. Mise en commun avec verbalisation des différentes procédures (de réussite ou non-réussite)

Variables :

- ✓ nature des supports feuilles (quadrillée ou non)
- ✓ feutres ou un seul crayon à papier
- ✓ durée entre la 1ère phase (présentation des tours) et la 2ème phase (construction des tours par les élèves) → permet d'inciter les élèves à modifier leurs procédures (exemple : un élève qui n'a pas recours à l'écrit parce qu'il a une bonne mémoire)

Éléments pour l'institutionnalisation

Enjeu principal :

Identifier le dénombrement comme meilleure solution pour construire 2 tours exactement de même hauteur.

Les élèves vont comprendre l'usage du dénombrement par le biais :

- des mises en commun et de l'explicitation des raisons de la réussite et/ou de l'échec
- des réitérations d'expériences.

Cette situation mobilise le nombre dans sa **dimension cardinale**. Les élèves doivent passer d'une représentation de la grandeur d'une tour par estimation ou comparaison directe à une représentation par sa mesure (nombre de pièces).

Elle peut être déclinée ensuite avec des variables usuelles pour mobiliser les différentes désignations du nombre

- désignation orale : passer commande à un tiers
- désignation écrite : passer commande en écrivant ou en utilisant les cartes-nombres

6 – Tours, cubes et bandes

ENJEU : Amener les élèves à mettre en relation un nombre de pièces avec une longueur représentant la totalité de ces pièces emboîtées.

Les élèves vont rencontrer pour la première fois les bandes de couleur comme moyen de représenter la hauteur des tours. Il y a une nécessité à ce qu'ils se confrontent à une découverte basée sur la production de tours hautes comme une bande donnée.

Matériel :

- Des bandes de préférence en carton de différentes couleurs (ou pas) et de différentes tailles (un multiple de la hauteur d'un cube, de x4 à x <à 30), de largeur un peu plus large qu'un cube.
- Des pastilles adhésives repositionnables (patafix)
- Des bandes cartonnées d'une seule couleur (rouge par ex) mesurant 5 cubes



SITUATION 1

Objectifs :

- Utiliser le nombre comme mémoire d'une longueur.
- Comprendre que la mesure peut être donnée par un nombre entier exact.

Matériel :

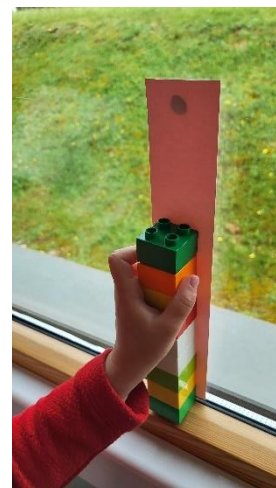
- Barquettes
- Cubes
- Bandes de papier de couleur représentant des tours de hauteurs différentes, placées contre des supports verticaux (meubles, murs...)

Modèle : Bandes disposées verticalement dans la classe. L'origine de la bande correspond au sol ou à une table, à un rebord d'une fenêtre, à une étagère...

Déroulement :

Consigne : « Choisissez une bande de couleur et construisez une tour de la même hauteur. »

Dans cette première tâche, les élèves peuvent se déplacer et passer des bandes au matériel de construction sans contrainte. Quand ils ont construit une tour qui correspond à la hauteur choisie, ils peuvent en construire d'autres.



Point de vigilance : Ne pas afficher les bandes dans un ordre croissant trop visible.

SITUATION 2 Estimation

Objectifs :

- Anticiper le nombre de cubes nécessaires pour construire une tour donnée.
- Comprendre la notion d'estimation et se familiariser avec les termes « estimer » et « estimation ».

Matériel :

- Barquettes
- Cubes
- Bandes de papier de couleur représentant des tours de hauteurs différentes, placées contre des supports verticaux (meubles, murs...)

Modèle : Bandes disposées verticalement dans la classe. L'origine de la bande correspond au sol ou à une table.

Déroulement :

Consigne : « *Choisissez une bande et préparez dans vos barquettes les pièces de Duplo nécessaires pour construire une tour de la même hauteur. »*

Les élèves ne doivent pas construire la tour mais bien déposer les pièces qu'ils estiment nécessaires.

→ Quand ils pensent pouvoir faire une tour de même hauteur que la bande choisie, ils peuvent se déplacer et valider en la construisant et en comparant.

→ en cas d'erreurs, grâce à la verbalisation avec l'enseignant, ils peuvent ajuster leur estimation selon 2 modalités possibles :

- Ils reprennent les pièces de Duplo qu'ils pensent nécessaires et les ajoutent ou les enlèvent de la tour
- Ils reviennent à la position de départ et réorganisent leur collection, en enlevant ou en ajoutant des pièces.

SITUATION 3 Estimation

Objectifs :

- Anticiper et mémoriser le nombre de cubes nécessaires pour construire une tour donnée.
- Comprendre la notion d'estimation et se familiariser avec les termes « estimer » et « estimation ».

Matériel :

- Barquettes et cubes
- Bandes de référence affichées mais non visibles depuis l'espace dédié à la construction

Modèle : Bandes disposées verticalement dans la classe

Déroulement :

Consigne : « Choisissez une bande et préparez dans vos barquettes les pièces de Duplo nécessaires pour construire une tour de la même hauteur. »

NB : Cette disposition modifie les tâches précédentes car les bandes ne sont pas visibles depuis la réserve de cubes → mise en mémoire de la hauteur de la bande pour une estimation

Les élèves doivent se déplacer pour choisir une bande. Ils l'observent mais doivent la laisser en place. Les cubes Duplo sont disposés de façon à ce que pendant qu'ils constituent la collection de cubes, ils ne peuvent pas voir la bande.

Quand ils pensent avoir réuni le nombre nécessaire de pièces, ils peuvent valider leur collection en construisant leur tour et en la comparant à la bande.

Variables :

- ✓ utilisation de sachets ou bacs contenant des collections de cubes. Chaque collection de cubes correspond à une tour. Toutes les bandes affichées ont une collection qui permet de construire une tour correspondante.
- ✓ commande orale
- ✓ commande écrite

Éléments pour l'institutionnalisation

L'enjeu principal :

Estimer le nombre de cubes nécessaires pour réaliser une tour qui mesure la même hauteur qu'une bande. Mesurer l'écart entre la tour obtenue et la bande modèle.

Les élèves vont ainsi aborder l'estimation par le biais :

- des mises en commun et de l'explicitation des raisons de la réussite et/ou de l'échec
- des réitérations d'expériences.



Ainsi, une estimation à 1 ou 2 cubes près est acceptable, mais cela dépend également de la hauteur de la bande. La tour mesure plus de 8 cubes pour que l'estimation de 2 soit acceptable.

7 – Mesure avec une référence

ENJEU : Chercher une solution pour construire une tour qu'on ne voit pas en construisant. Prendre une mesure.

SITUATION 1 Mesure

Objectifs :

- Estimer et anticiper le nombre de cubes nécessaires pour construire une tour donnée.
- Utiliser le nombre comme mémoire d'une longueur.
- Comprendre que la mesure peut être donnée par un nombre entier exact.

Matériel : Bandes de références affichées mais non visibles

Cubes Duplo à disposition dans un espace dédié à la construction

Déroulement :

On retrouve une analogie avec la situation précédente dans le dispositif mais la tâche varie sur un aspect :

⇒ les élèves doivent construire une tour exactement de même hauteur **en un seul déplacement**. Pour valider, ils peuvent déplacer leur construction.



Attention dans la consigne à ne pas dire « combien » ou « vous devez compter », ce qui induirait la procédure.

Consigne : « Choisissez une bande et allez chercher, **en un seul voyage**, les cubes nécessaires pour construire une tour de la même hauteur que la bande. »

Variables :

- ✓ Nombre de voyages
- ✓ Commande orale ou écrite à un élève ayant le rôle de marchand et disposant du bac de cubes.

SITUATION 2 Mesure avec un étalon

Objectifs :

- Introduire un étalon / unité de référence pour estimer et anticiper le nombre de cubes nécessaires pour construire une tour donnée.
- Utiliser le nombre comme mémoire d'une longueur.

Matériel : Bandes de références affichées mais non visibles

Cubes Duplo à disposition dans un espace dédié à la construction

1 cube par élève (unité de référence)

Déroulement :

Les élèves utilisent le matériel mis à disposition par l'enseignant (étalon) pour mesurer la bande de référence. Ils vont ensuite chercher avec l'étalon le nombre de cubes nécessaires pour construire une tour de même taille que la bande.

L'enseignant observe comment les élèves exploitent l'étalon et les accompagne par une verbalisation.



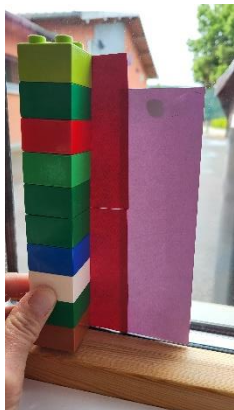
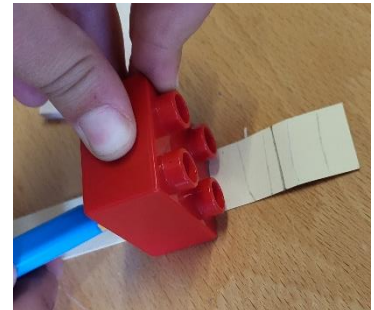
Consigne : « Choisissez une bande et allez chercher, en un seul voyage, les cubes nécessaires pour construire une tour de la même hauteur. Si vous le souhaitez, vous pouvez prendre le matériel à disposition. » (cf variables ci-dessous)

Comportements observés :

- Les élèves ne savent pas comment utiliser l'étalon. Ils le posent en bas de la bande puis ils comptent en faisant monter leur doigt aléatoirement le long de la bande en récitant la comptine numérique. La procédure du report n'est pas une évidence.

Variables :

- ✓ avec bâtons, trombones, stylos... tout ce que les élèves ont facilement à leur disposition
- ✓ avec un cube-unité
- ✓ avec une bande-aide représentant 5 cubes

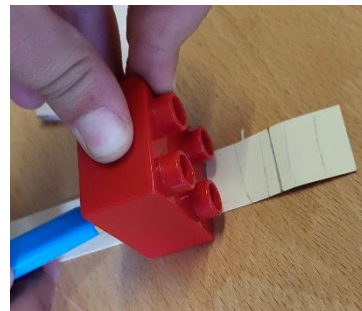


- ✓ avec une bande-aide représentant 5 cubes, proposer aux élèves de se mettre en binôme pour utiliser 2 bandes et les « accoler » pour mesurer
- ✓ avec une bande-aide graduée de 2 graduations, représentant 10 cubes (bande à construire avec les élèves en accolant 2 bandes de 5 cubes)
- ✓ avec une bande vierge et un crayon de papier,
- ✓ en binôme : incitation au report

Comportements observés :

- Les élèves ne savent pas comment utiliser la bande rouge, ils cherchent des tours de 5 cubes ou à peu près de la même taille (4 ou 6)
- Certains n'utilisent pas la bande dans le sens de la hauteur mais dans le sens de la largeur comme si cela représentait un cube. Ils la déplacent en comptant un à un.

- Les élèves chevauchent les bandes, par manque de précision, la mesure est donc erronée.
- Les élèves chevauchent les bandes pour que obtenir 10
- Traces élèves :
 - graduation aléatoire = coups de crayons plus ou moins réguliers
 - pliage de la bande plus ou moins régulièrement
 - graduation régulière mais avec le cube posé à plat et non sur la tranche
 - graduation régulière avec le cube posé sur la tranche, mais décalage petit à petit avec le report d'unité
 - repérage avec un trait de la hauteur de la bande à mesurer puis graduation avec un cube unité posé sur la tranche, mais ne réinvestit pas sa « règle » et recommence à l'autre extrémité pour mesurer une autre bande.



Éléments pour l'institutionnalisation

Enjeu principal :

Déterminer le nombre de cubes nécessaires pour réaliser une tour identique à une bande de papier. Mesurer la bande.

Faire verbaliser pour aider à la correction :

- elle est trop petite, je dois en ajouter,... inciter les élèves à estimer le nombre de cubes manquant
- elle est trop grande, je dois en enlever, il y en a trop, faire remarquer l'extrémité de la bande et les cubes qui dépassent, les dénombrer, j'en ai mis ... de plus, de trop.

L'importance de l'origine donnée par le placement de la bande verticalement est à faire émerger.

8 – Composition et décomposition d'un nombre avec des tours de cubes

ENJEUX : Composer, décomposer, recomposer un nombre / vers le calcul

Dénombrer les cubes constituant la tour modèle pour réaliser une tour de même hauteur que le modèle. Concevoir un nombre comme une somme ou composition de plusieurs nombres. Elaborer des représentations qui prennent en compte le nombre de pièces d'une tour de référence (ou de plusieurs tours) pour les reproduire.

SITUATION 1

Objectif :

- Construire une tour par une décomposition.

Matériel : Cubes d'au moins 2 couleurs

Déroulement :

L'enseignant construit une tour (tour modèle) en la structurant par des suites de pièces de même couleur. Les suites de pièces ne comportent pas plus de 4 pièces, nombre facilement identifiable sans comptage (subitizing).

On vise à rendre visible le nombre de pièces comme une décomposition en une somme de plusieurs nombres.



Exemple : une tour est construite avec des pièces de 2 couleurs

Consigne : « Vous devez construire une tour exactement de même hauteur que le modèle. »

L'enseignant laisse un moment aux élèves pour observer la tour sans pouvoir s'en approcher. (Le comptage de toutes les pièces est impossible.)

Quand la tour est masquée, les élèves peuvent commencer à construire leur propre tour. Les élèves disposent des mêmes couleurs que la tour de référence.

Variables :

- ✓ choix et alternance des couleurs de cubes
 - Les élèves disposent de pièces de 2 couleurs mais différentes (par exemple jaune et vert)
 - Les élèves ne disposent de pièces que d'une seule couleur (par exemple : jaune)
 - ⇒ ils vont devoir élaborer une représentation uniquement numérique : « c'est 3 et encore 4 ».

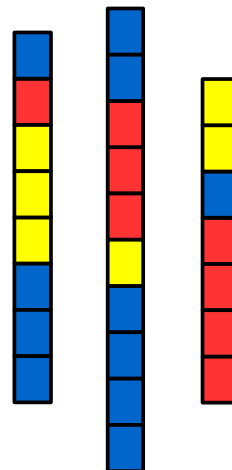
SITUATION 2 : Composer

Objectif :

- Elaborer des représentations qui prennent en compte le nombre de pièces d'une tour de référence (ou de plusieurs tours) pour les reproduire

Matériel :

- Cubes d'au moins 3 couleurs
- Feuilles
- Feutres



Déroulement :

L'enseignant construit une tour modèle en la structurant par des suites de pièces de même couleur (3 couleurs différentes par tour). On vise à rendre visible le nombre de pièces comme une décomposition en une somme de plusieurs nombres.

Les élèves ne disposent pas de pièces immédiatement ; ils doivent passer commande du nombre de pièces à un marchand.

⇒ ils doivent passer de « 2 et 1 et 4 » à « je veux 7 pièces »

Consigne : « *Demain, vous devrez refaire une tour de la même hauteur que celles-ci mais attention, demain elles seront cachées et vous devrez commander au marchand, juste ce qu'il faut de cubes pour construire chaque tour. Comment faire pour réussir ?* »

Point de vigilance : *Lors d'un premier entretien, il est possible que les élèves pensent pouvoir se rappeler du nombre de pièces de chacune. Les limites de la mémorisation peuvent n'apparaître qu'à la suite d'une première tentative.*

L'analyse des différentes traces écrites qui aident à reproduire des tours exactement de même hauteur est à mener avec les élèves :

⇒ plusieurs types de traces possibles

schéma qui représente chaque pièce et sa couleur

liste des pièces par couleurs et nombre de pièces de chaque couleur

SITUATION 3 : Décomposer

Objectif :

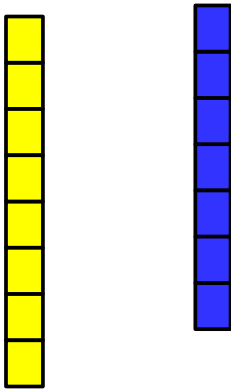
- Décomposer un nombre en une somme de 2 termes

Matériel : cubes de différentes couleurs placés à distance, dans des bacs distincts selon leur couleur, dans des endroits différents.

Déroulement :

Les élèves reçoivent ou fabriquent une tour avec des pièces de couleurs identiques. Le nombre de pièces n'est pas indiqué.

Exemples :

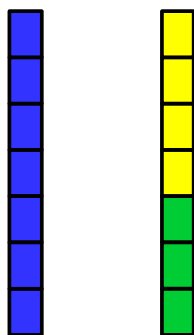


Une tour est présentée. Elle est accessible aux élèves. L'élève ne dispose pas de pièces immédiatement ; il doit passer commande du nombre de pièces (à deux ou trois marchands)

⇒ il doit passer de « je veux 9 pièces » à « je vais prendre 5 et 4 »

Une fois la commande obtenue, il revient à sa place, construit la tour et la compare avec le modèle pour valider ou réfuter sa proposition.

Consigne : « Vous devez prendre en un seul déplacement des cubes de 2 couleurs différentes en vous dirigeant vers chacun des bacs de couleur, pour construire une tour exactement de même hauteur que la tour modèle. »



Variables :

- ✓ Passer 2 commandes distinctes orales ou écrites pour reconstruire une tour de même hauteur avec 2 couleurs distinctes.
- ✓ Tour présentée aux élèves mais masquée. Le nombre de pièces est indiqué. Passer 2 commandes distinctes pour reconstruire une tour de même hauteur avec 2 couleurs distinctes.

Eléments pour l'institutionnalisation

Enjeux : **Prévoir un résultat possible. Composer ou décomposer un nombre.**

On aborde combien de pièces d'une couleur et combien de pièces d'une autre couleur permettent de construire une tour de même hauteur que la tour modèle.

On cherche ici à dépasser les problèmes qui prennent appui sur le matériel pour engager les élèves sur des activités numériques gérées mentalement, dans une relation plus abstraite aux nombres.

Propositions de mise en œuvre

Engager les élèves dans des échanges à partir de questions

Exemple niveau 1 :

- Si vous avez 5 cubes bleus et 3 cubes rouges, combien faudra-t-il commander de cubes ?

Exemples niveau 2 :

- Si vous avez 5 cubes bleus et que j'ai une tour de 8 cubes, combien a-t-il fallu de cubes rouges ?

Ces questions peuvent être prolongées par un questionnement plus général.

Exemples situation 3

- Comment faire pour savoir combien de cubes commander quand on a une tour avec 5 cubes bleus, 3 cubes rouges et 1 cube jaune ?
- Comment faire pour savoir combien d'objets commander quand on ajoute 1 / 2 / 3

Faire verbaliser les élèves sur les tours.

Pour construire une tour de 5 cubes bleus et (encore) 3 cubes rouges, il faut 8 cubes. C'est la même chose que construire une tour de 6 cubes jaunes et 2 cubes verts. C'est la même quantité de cubes que pour faire une tour de 5 cubes bleus, 1 cube jaune, 2 cubes verts.

Les élèves appréhendent **la propriété de commutativité de l'addition.**

5 et encore 3, c'est comme 8.

3 et encore 5, c'est comme 8.

5 et encore 3, c'est comme 3 et encore 5.

ANNEXES

Annexe 1



Annexe 2

