

# PROBABILITES

## CM1 – CM2

### Point de vigilance :

Notre choix est de faire vivre aux élèves des expériences aléatoires avant de les caractériser.

## Objectifs :

### Objectifs : Lever les croyances erronées sur le hasard.

- « *Le hasard ne se mesure pas.* »
- « *On peut influencer le hasard (par exemple, souffler sur un dé pour obtenir un 6...)* »
- « *Quand il y a 2 possibilités, on pense avoir autant de chance d'obtenir l'une ou l'autre.* » (biais d'équiprobabilité).

### Objectifs d'enseignement :

- Se familiariser avec la notion d'expérience aléatoire.
- Comprendre et utiliser le vocabulaire approprié (impossible, certain, probable, peu probable, une chance sur deux).
- Comparer des événements selon leur probabilité.

## Programmes :

### Extrait des programmes de CM1

Identifier des expériences aléatoires.

Identifier toutes les issues possibles lors d'une expérience aléatoire simple.

Comprendre et utiliser le vocabulaire approprié :

impossible / possible / certain / probable / peu probable / une chance sur deux

Comparer des issues d'expériences aléatoires ou des événements selon leur probabilité de réalisation.

Comprendre que ce n'est pas parce qu'il y a deux issues possibles que chacune a une chance sur deux de se réaliser.

Reconnaitre des situations d'équiprobabilités.

### Extrait des programmes de CM2

Identifier toutes les issues possibles lors d'une expérience aléatoire simple.

Dans une situation d'équiprobabilité, lors d'une expérience aléatoire simple, exprimer la probabilité d'un événement sous la forme « a chances sur b ».

Comprendre la notion d'indépendance lors de la répétition de la même expérience aléatoire.

Dans des situations d'équiprobabilité, recenser toutes les issues possibles d'une expérience aléatoire en 2 étapes dans un tableau ou dans un arbre afin de déterminer des probabilités.

### Extrait des programmes de 6<sup>ème</sup>

Savoir que la probabilité d'un événement est un nombre compris entre 0 et 1.

Calculer des probabilités dans des situations simples d'équiprobabilité.

Comparer des résultats d'une expérience aléatoire répétée à une probabilité calculée.

### Point de vigilance :

Le glossaire est avant tout à destination des enseignants. Il n'est pas attendu des élèves qu'ils utilisent l'ensemble des mots qui le constituent. Certains mots (en lien avec les programmes) seront, progressivement et en contexte, apportés aux élèves.

En revanche, il est attendu de l'enseignant qu'il utilise un vocabulaire précis et consacré, même si celui-ci n'est pas exigible des élèves.

## Glossaire :

- Une expérience aléatoire est une expérience qui vérifie plusieurs conditions :
  - Elle conduit à plusieurs résultats possibles que l'on peut lister
  - On ne peut pas prévoir à l'avance quel résultat sera réalisé (le résultat dépend du hasard)
  - On peut répéter l'expérience dans les mêmes conditions
- Un résultat possible est appelé issue.
- L'ensemble de tous les résultats possibles de l'expérience est appelé univers, souvent noté  $\Omega$ .
- Un événement est une partie de l'univers, il contient une ou plusieurs issues. (Souvent, l'événement correspond à ce que l'on veut étudier ou à une question qu'on se pose)  
Par exemple, lors d'un lancer de dé non pipé, « obtenir 2 » est un événement (aussi une issue) et « obtenir un nombre pair » est un événement composé des issues {2 ; 4 ; 6}
- Equiprobabilité : on est en situation d'équiprobabilité lorsque toutes les issues ont la même probabilité de se réaliser.
- Indépendance : Lorsque l'on réalise successivement plusieurs expériences aléatoires, cela peut être de façon indépendante ou pas. Par exemple, le lancer d'un dé non pipé 3 fois de suite est la répétition de façon indépendante de l'expérience « lancer d'un dé non pipé ».

## Progression :

|                                                                                                                                      |           |
|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-----------|
| <b>Séance 1 : Premières expériences aléatoires avec billes et bouteilles.....</b>                                                    | <b>4</b>  |
| Etape 1 : Rencontrer une première expérience aléatoire et les événements « impossible », « certain » et « une chance sur deux »..... | 4         |
| Etape 2 : Rencontrer une deuxième expérience aléatoire et l'événement « une chance sur deux » .....                                  | 6         |
| <b>Séance 2 : Entraînement .....</b>                                                                                                 | <b>8</b>  |
| <b>Séance 3 : Rencontre de nouvelles expériences aléatoires avec un dé non pipé .....</b>                                            | <b>9</b>  |
| Etape 1 : Manipulation individuelle.....                                                                                             | 9         |
| Etape 2 : Qualification de la probabilité de différents événements .....                                                             | 10        |
| Etape 3 : Entraînement individuel ou en binôme (pour favoriser les échanges entre pairs).....                                        | 11        |
| Etape 4 : Mise en commun et synthèse .....                                                                                           | 11        |
| <b>Séance 4 : Introduction des mots « probable » et « peu probable » .....</b>                                                       | <b>12</b> |
| Etape 1 : Reprise de ce que l'on a appris.....                                                                                       | 12        |
| Etape 2 : Introduction des termes « probable », « peu probable ».....                                                                | 13        |
| Etape 3 : Introduction de l'échelle complète de probabilités .....                                                                   | 15        |
| Etape 4 : Réinvestissement individuel.....                                                                                           | 15        |
| <b>Séance 5 : Entraînement avec différents types d'expériences aléatoires .....</b>                                                  | <b>16</b> |
| Etape 1 : Phase collective .....                                                                                                     | 16        |
| Etape 2 : Travail en binôme.....                                                                                                     | 16        |
| Etape 3 : Entraînement individuel.....                                                                                               | 16        |
| Etape 4 : Trace écrite.....                                                                                                          | 17        |
| <b>Séance 5 : Jeu « Qui peut le plus ? » .....</b>                                                                                   | <b>17</b> |
| <b>ANNEXES .....</b>                                                                                                                 | <b>18</b> |
| ANNEXE 1.....                                                                                                                        | 19        |
| ANNEXE 2.....                                                                                                                        | 20        |
| ANNEXE 3.....                                                                                                                        | 21        |
| ANNEXE 4 .....                                                                                                                       | 22        |
| ANNEXE 5.....                                                                                                                        | 23        |
| ANNEXE 6.....                                                                                                                        | 24        |
| ANNEXE 7.....                                                                                                                        | 25        |

## Séance 1 : Premières expériences aléatoires avec billes et bouteilles

### Objectifs :

- Se familiariser avec la notion d'expérience aléatoire
- Comprendre et utiliser le vocabulaire approprié (impossible, certain, une chance sur deux)
- Comparer des événements selon leur probabilité de réalisation (notamment en utilisant une « échelle de probabilités simple »).

### Etape 1 : Rencontrer une première expérience aléatoire et les événements « impossible », « certain » et « une chance sur deux »

#### Matériel

3 bouteilles (A, B et C) opaques.

Chacune des bouteilles contient deux billes, de même taille et de même masse.

Les billes sont soit vertes, soit jaunes (ou deux autres couleurs distinctes).



**Les élèves ne voient pas le contenu de chaque bouteille dans un premier temps.**

#### Consigne (ce que l'on sait)

*Chaque bouteille contient deux billes, de même taille et de même masse.*

*Les billes sont soit vertes, soit jaunes.*

*On doit effectuer des tirages pour chaque bouteille.*

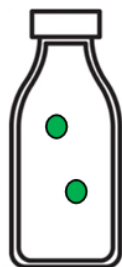
#### Question (ce que l'on cherche)

*Quelles billes sont contenues dans chaque bouteille (quelle couleur) ?*

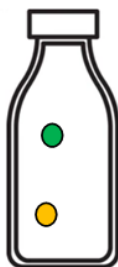
#### Déroulement :

Des tirages sont effectués en retournant les bouteilles. Les élèves notent les résultats dans un tableau.

Le but pour les élèves est de trouver quelles billes sont contenues dans chaque bouteille.



bouteille A



bouteille C



bouteille B

On remarque que pour la bouteille C, on peut connaître le contenu de la bouteille dès qu'une bille de chaque couleur est sortie.

Pour les bouteilles A et B, on ne peut jamais être sûr, avant d'avoir ouvert la bouteille. Pour vérifier, on convient qu'il n'y a pas d'autre solution que de vider les bouteilles.

Ensuite, l'enseignant propose à la classe de considérer l'événement « obtenir une bille jaune ».

« Considérant la bouteille A, quelle est la probabilité d'obtenir une bille jaune ? »

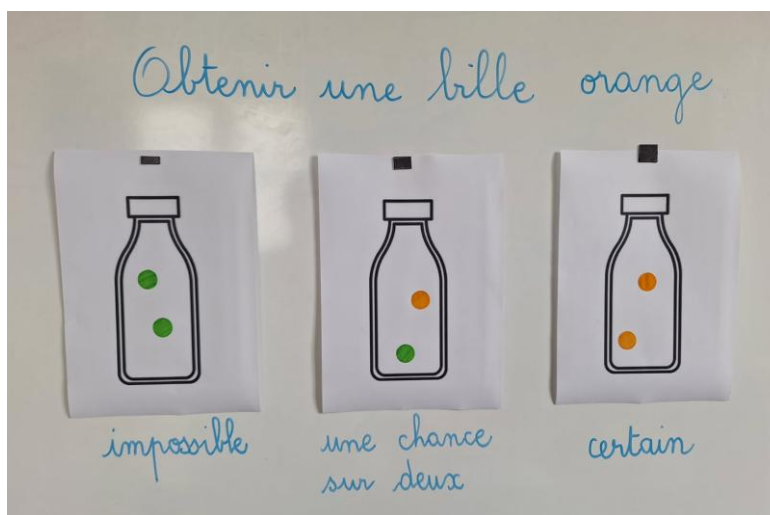
« Considérant la bouteille B, quelle est la probabilité d'obtenir une bille jaune ? »

« Considérant la bouteille C, quelle est la probabilité d'obtenir une bille jaune ? »

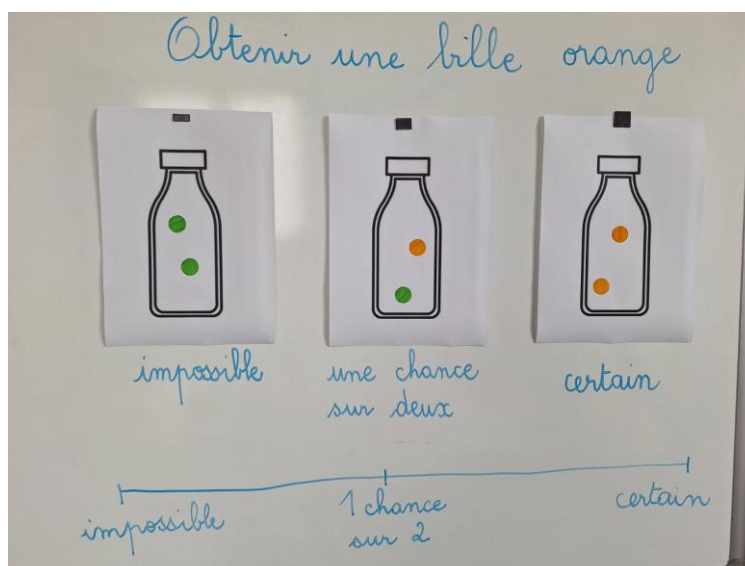
Les élèves essaient de caractériser cet événement, suivant la bouteille désignée.

L'enseignant accueille les réponses et institutionnalise le vocabulaire : impossible, certain et une chance sur 2. Lors de la mise en commun, il co-construit la trace écrite avec les élèves.

Synthèse (possible) :



À la suite, l'enseignant introduit l'échelle simple de probabilité.



Si la trace individuelle pour chaque élève est jugée pertinente par l'enseignant, à ce moment de la séquence, il est conseillé de proposer un document semblable à la trace écrite collective.

## Etape 2 : Rencontrer une deuxième expérience aléatoire et l'événement « une chance sur deux »

### Matériel

1 bouteille D opaque.  
La bouteille contient 4 billes de même taille et de même masse.  
Les billes sont de 3 couleurs distinctes dont 2 billes d'une même couleur.



### Consigne (ce que l'on sait)

*La bouteille contient 4 billes, de même taille et de même masse. On procède à des tirages.*

### Question (ce que l'on cherche)

*De quelles couleurs sont les billes contenues dans la bouteille ? Combien de couleurs différentes ?  
Combien y a-t-il de billes vertes ?  
Quelle est la probabilité d'obtenir une bille verte ?*

### Déroulement :

L'enseignant procède à plusieurs tirages (au moins une vingtaine, jusqu'à apparition des 3 couleurs), en retournant les bouteilles pour faire apparaître une bille. Les élèves notent dans un tableau individuel à 4 colonnes les résultats des tirages sous forme d'un trait dans la colonne. L'enseignant dispose du même tableau affiché et écrit la couleur de la bille dès qu'elle apparaît.

| Bille ... | Bille ... | Bille ... | Bille ... |
|-----------|-----------|-----------|-----------|
|           |           |           |           |

L'enseignant et les élèves s'accordent sur le fait qu'il semble n'y avoir que 3 couleurs de billes.

À la suite de ce constat, l'enseignant efface une colonne du tableau.

Il s'agit maintenant de répondre à la question concernant le nombre de billes vertes, en s'appuyant sur la vingtaine de tirages.

Le nombre de billes vertes dans la bouteille peut être :

0      1      2      3      4

**On procède par élimination**, en appui sur le raisonnement des élèves à travers les échanges au sein de la classe :

« Est-il possible qu'il y ait 0 bille verte dans la bouteille ? »

Non, car une bille verte est sortie donc il ne peut pas y avoir 0 bille verte.

Et ainsi de suite...

4 : dès qu'une bille d'une autre couleur que vert est sortie, on peut invalider l'hypothèse de 4 billes vertes.

3 : dès qu'une troisième couleur est sortie, on peut invalider l'hypothèse de 2 couleurs donc de 3 billes vertes.

Les hypothèses de 1 ou 2 billes vertes sont invérifiables. On vérifie les hypothèses par ouverture de la bouteille. On sait désormais qu'il y a 1 bille bleue, 1 bille blanche et 2 billes vertes.

On pose ensuite la troisième question « *Quelle est la probabilité d'obtenir une bille verte ?* ».

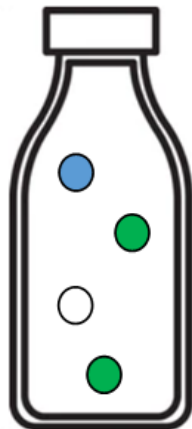
Il s'agit d'obtenir une réponse du style « *Il y a une chance sur deux d'obtenir une bille verte car la moitié des billes sont vertes et la moitié ne sont pas vertes* ».

### Point de vigilance :

L'expression une chance sur deux peut être trompeuse ici c'est-à-dire laisser penser qu'il y a une chance sur deux d'obtenir une bille verte parce qu'il y a 2 billes ou 2 couleurs.

Il faut insister sur la répartition dans la bouteille : **il y a autant de billes vertes que de billes qui ne le sont pas.**

### Synthèse : Trace écrite



Une bouteille opaque contient 2 billes vertes, 1 bille blanche et une bille bleue.

Elles ont toutes la même taille.

En tirant une bille au hasard, on ne peut pas savoir laquelle sera choisie mais on peut dire **qu'il y a une chance sur deux d'obtenir une bille verte car la moitié des billes sont vertes.**

### Point de vigilance :

Pour les séances ultérieures, il faudra veiller à verbaliser systématiquement que la probabilité d'un événement est égale à une chance sur 2 uniquement dans le cas où la moitié des issues réalise l'événement. Dans le cas de cette situation avec les billes, il s'agit de comprendre que la probabilité de l'événement « obtenir une bille verte » est égale à une chance sur 2 uniquement dans le cas où la moitié des billes est verte et l'autre moitié des billes n'est pas verte.

## ANNEXE 1

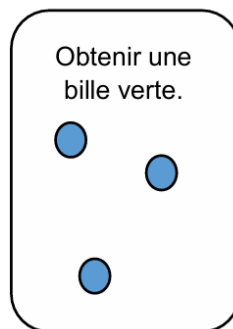
## Séance 2 : Entraînement

### Objectif :

- Identifier la probabilité de réalisation de différents événements

La séance d'entraînement se déroule sous la forme d'un diaporama. Chaque diapo représente une expérience aléatoire. Un événement est écrit en haut de chaque diapo. Les élèves écrivent **impossible**, **certain**, **une chance sur deux** sur leur ardoise en fonction de la probabilité de réalisation de cet événement.

Impossible? Certain? Une chance sur deux?



Travail collectif (support diaporama) puis individuel (évaluation formative) car il est intéressant de mesurer dès à présent la portée des premières séances pour chaque élève.

### ANNEXE 2



## Séance 3 : Rencontre de nouvelles expériences aléatoires avec un dé non pipé

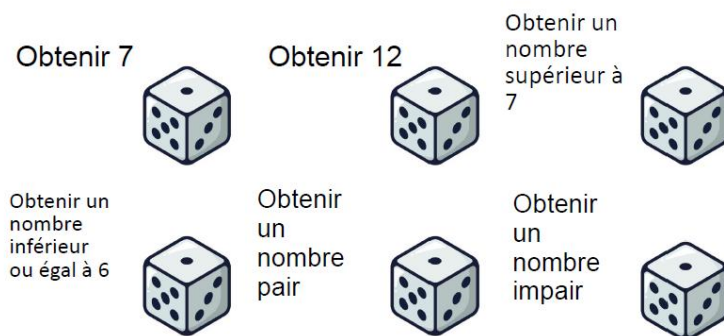
### Objectifs :

- Se familiariser avec la notion d'expérience aléatoire dans le contexte d'un jet de dé à 6 faces
- Comprendre et utiliser le vocabulaire approprié : en particulier, l'expression « expérience aléatoire »
- Comparer des événements selon leur probabilité.

### Matériel :

1 dé équilibré (ou non pipé) à 6 faces

Cartes supports [ANNEXE 3](#)



### Consigne (ce que l'on sait)

*L'expérience aléatoire aujourd'hui est celle du lancer d'un dé équilibré à 6 faces. On procède à des tirages.*

### Question (ce que l'on cherche)

*Quelles sont les issues possibles ?*

*Quelles est la probabilité de réalisation de...*

*Classe les différents événements dans un tableau selon leur probabilité de réalisation.*

### Déroulement :

#### Etape 1 : Manipulation individuelle

Présentation du contexte du dé. L'enseignant donne un dé à chacun. Les élèves et l'enseignant listent les différentes issues de l'expérience aléatoire « lancer un dé non pipé à 6 faces ». L'enseignant introduit le mot « **issue** ».

Quand on lance un dé,  
il y a 6 issues possibles:

1, 2, 3, 4, 5, 6



Variable : Pour cette étape uniquement, l'enseignant peut proposer d'autres dés à 6 faces différentes (ex : 2, 4, 6, 8, 10, 12).

## Etape 2 : Qualification de la probabilité de différents événements

Faire le lien avec la situation des billes et des bouteilles (séances 1 et 2), plus exactement :

- Réutiliser le lexique introduit précédemment : événement impossible, événement certain, une chance sur deux dans le contexte des dés. Transférer grâce au langage
- Réinvestir ce vocabulaire dans un contexte différent mais connu et associé au hasard, par exemple pour l'événement « obtenir 7 ».

Travail collectif sur un support diaporama à partir des cartes supports en ANNEXE 3.

### Objectif :

- Comparer la probabilité de réalisation de différents événements

La séance d'entraînement se déroule sous la forme d'un diaporama. Chaque diapo représente une expérience aléatoire. Un événement est écrit en haut de chaque diapo. Les élèves écrivent **impossible, certain, une chance sur deux** sur leur ardoise en fonction de la probabilité de réalisation de cet événement.

## Obtenir 7



Impossible



Une chance  
sur deux



Certain

### Etape 3 : Entraînement individuel ou en binôme (pour favoriser les échanges entre pairs)

Classer dans un tableau à trois colonnes des événements selon leur probabilité de réalisation (impossible, 1 chance sur 2, certain).

| IMPOSSIBLE                                                                                                 | UNE CHANCE SUR DEUX                                                                        | CERTAIN                                                                                       |
|------------------------------------------------------------------------------------------------------------|--------------------------------------------------------------------------------------------|-----------------------------------------------------------------------------------------------|
| <div>Obtenir un nombre supérieur à 7</div> <div>Obtenir 12</div> <div>Obtenir 7</div> <div>Obtenir 8</div> | <div>Obtenir un nombre impair</div> <div>Obtenir un nombre pair</div> <div>Obtenir 4</div> | <div>Obtenir un nombre inférieur ou égal à 6</div> <div>Obtenir un nombre inférieur à 7</div> |

Pour ceux qui ont fini plus vite, compléter les colonnes avec d'autres événements.

### Etape 4 : Mise en commun et synthèse

Cette étape se fait éventuellement à un autre moment pour laisser à l'enseignant le temps d'analyse des productions des élèves.

On s'appuie sur les différents résultats des élèves, en particulier les erreurs. L'enseignant permet aux élèves de verbaliser et justifier leur raisonnement et leur classement dans le tableau. Les élèves peuvent réfuter ou valider les différentes propositions.

Ensuite, il s'agit de faire le lien entre les 2 contextes différents : bouteilles / dés et d'introduire l'expression « expérience aléatoire ».

L'enseignant invite les élèves à citer d'autres expériences aléatoires : lancer d'une pièce de monnaie, tirage de cartes dans un jeu, tirage d'une boule dans une urne, loto...

L'enseignant demande aux élèves ce qui est commun à ces différentes expériences aléatoires. On acceptera le vocabulaire des élèves. L'enseignant pourra s'appuyer sur les 3 points du glossaire :

Une expérience aléatoire est une expérience qui vérifie plusieurs conditions :

- Elle conduit à plusieurs résultats possibles que l'on peut lister
- On ne peut pas prévoir à l'avance quel résultat sera réalisé (le résultat dépend du hasard)
- On peut répéter l'expérience dans les mêmes conditions

## Séance 4 : Introduction des mots « probable » et « peu probable »

### Objectifs :

- Comprendre et utiliser le vocabulaire approprié (impossible, certain, 1 chance sur 2, **peu probable, probable**)
- Comparer des événements selon leur probabilité de réalisation
- Situer des événements sur une droite en fonction de leur probabilité de réalisation.

### Matériel

3 bouteilles (E, F, G) opaques.

Les bouteilles contiennent 4 billes, de même taille et même masse.

Les billes sont soit vertes, soit jaunes (ou deux autres couleurs distinctes).

Une représentation d'une bouteille (annexe)

### Consigne (ce que l'on sait)

*La bouteille contient 4 billes, de même taille et de même masse.*

*Ces billes sont jaunes ou vertes.*

*On procède à des tirages.*

### Question (ce que l'on cherche)

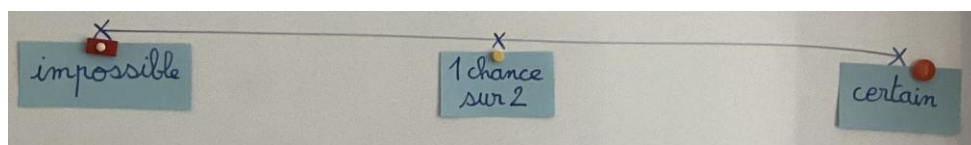
*Combien y a-t-il de billes vertes ?*

*Quelle est la probabilité d'obtenir une bille verte ?*

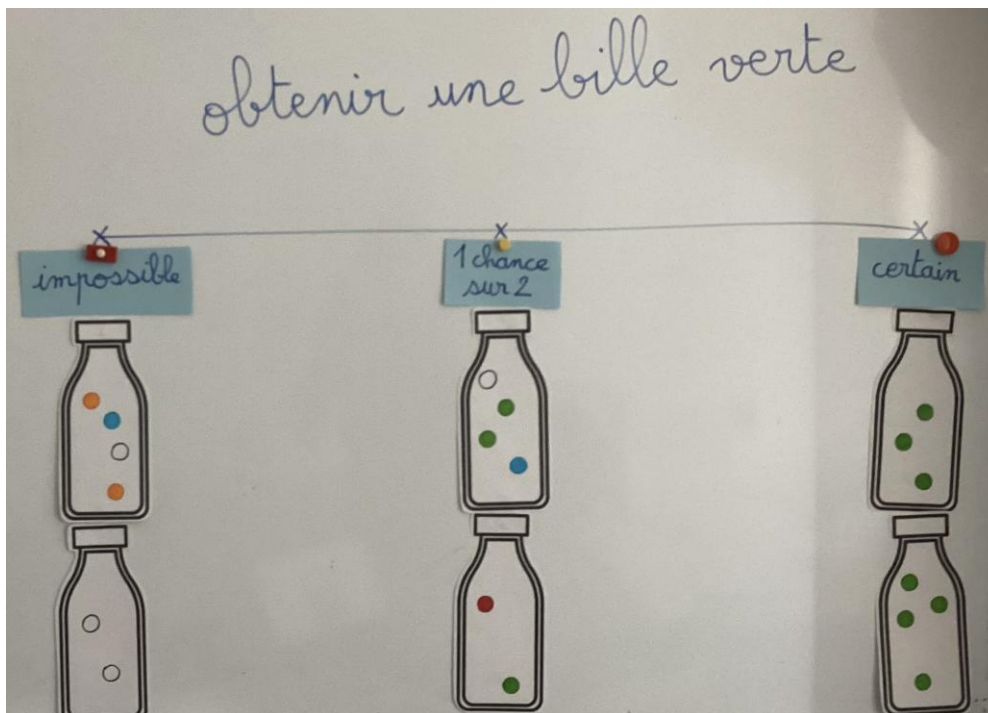
### Déroulement :

#### Etape 1 : Reprise de ce que l'on a appris

Une échelle de probabilité est construite avec les étiquettes, suite aux séances précédentes.



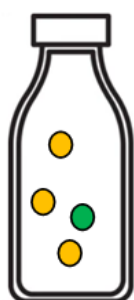
Placement de bouteilles déjà prêtes sur cette même échelle (impossible, une chance sur deux, certain), en fonction d'un événement donné, ici « Obtenir une bille verte ». Faire verbaliser (surtout pour *une chance sur deux*).



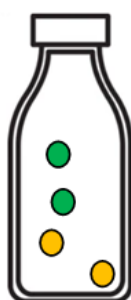
#### ANNEXE 4

Etape 2 : Introduction des termes « probable », « peu probable ».

**Consigne** : La bouteille contient 4 billes, de même taille et de même masse. Ces billes sont jaunes ou vertes. On procède à des tirages. Combien y a-t-il de billes vertes ? Quelle est la probabilité d'obtenir une bille verte ?



bouteille E



bouteille F



bouteille G

Selon la modalité qui convient le mieux, on procède à un nombre de tirages défini (au moins une vingtaine) qui sont consignés dans un tableau.

| Bouteille E |      | Bouteille F |      | Bouteille G |      |
|-------------|------|-------------|------|-------------|------|
| jaune       | vert | jaune       | vert | jaune       | vert |
|             |      |             |      |             |      |

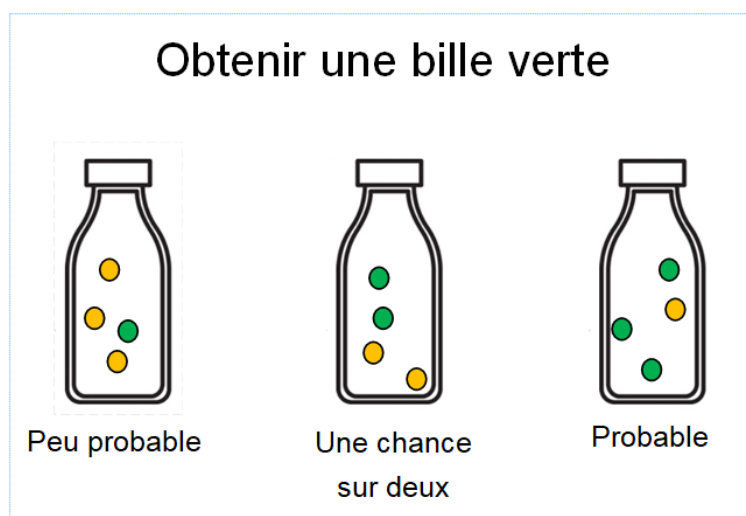
On ne peut pas répondre à la question « *Combien de billes vertes ?* »

On ouvre les bouteilles pour vérifier la répartition des billes selon les deux couleurs.

On caractérise ensuite, selon les trois bouteilles la probabilité d'obtenir une bille verte.

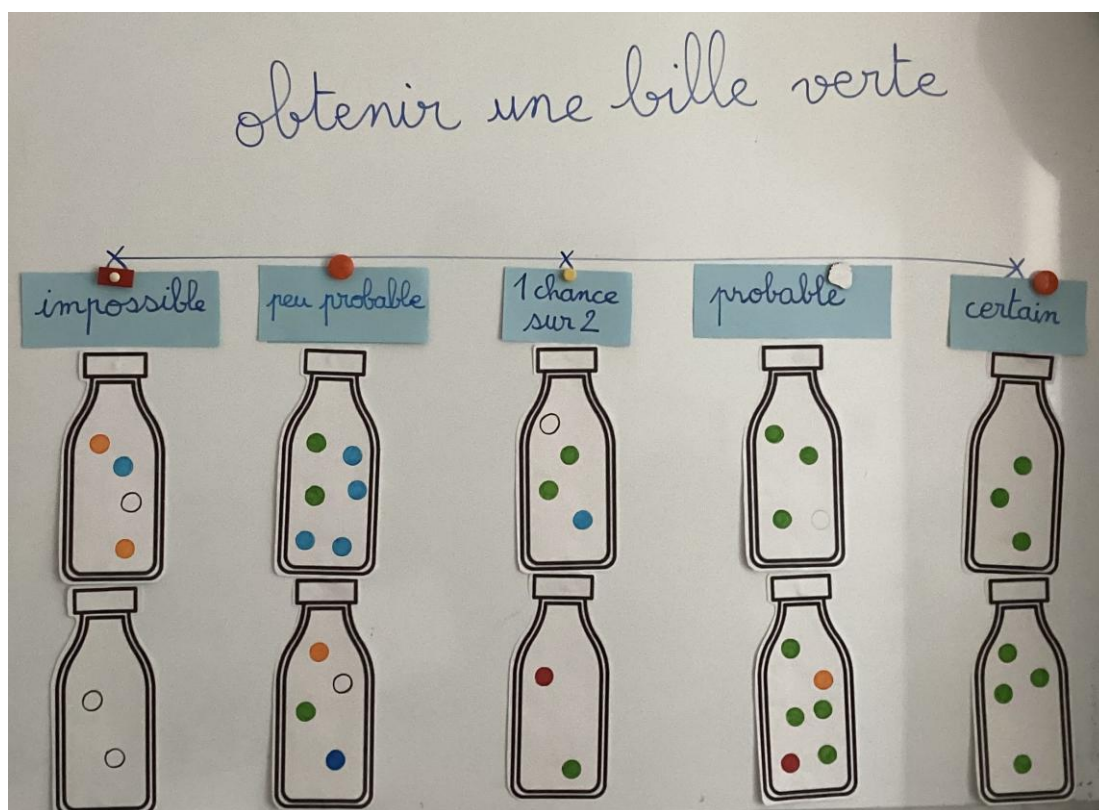
## ANNEXE 5

### Synthèse :



### Etape 3 : Introduction de l'échelle complète de probabilités

Réinvestissement collectif avec le placement de nouvelles bouteilles.



### Etape 4 : Réinvestissement individuel

Dessiner des billes dans les bouteilles en tenant compte de l'endroit où ces bouteilles sont placées sur l'échelle des probabilités.



### ANNEXE 6



## Séance 5 : Entraînement avec différents types d'expériences aléatoires

### Etape 1 : Phase collective

Collectivement, placer des cartes événements sur l'échelle des probabilités (en lien avec la situation de lancer de dé).

Exemples d'exercices possibles :

Cette roue de la chance permet de tirer au hasard un nombre entre 1 et 12.



a. Combien d'issues possibles y a-t-il ?  
b. Écris toutes les issues qui réalisent l'évènement et indique le nombre d'issues.

- A. « Obtenir un nombre pair ».
- B. « Obtenir un nombre supérieur à 7 ».
- C. « Obtenir un nombre divisible par 3 ».

6 Dans cet éventail de cartes à jouer, exprime la probabilité d'obtenir :



- a. un as.
- b. une dame.
- c. une figure.
- d. un valet rouge.
- e. une carte noire avec un nombre.
- f. une carte noire.
- g. une carte de trèfle.
- h. une figure rouge.
- i. une carte de carreau.

En route pour les maths CM1, CM2

Outils pour les maths CM2

### Point de vigilance :

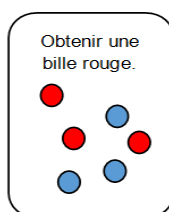
A l'école élémentaire, exprimer une probabilité consiste juste à dire si l'évènement est certain, impossible, probable, peu probable ou a « une chance sur deux » de se produire.

**On ne calcule pas de probabilités** (par exemple, « la probabilité d'obtenir un as est de  $1/10$  » est hors programme)

### Etape 2 : Travail en binôme.

### Etape 3 : Entraînement individuel.

Impossible? Peu probable? Une chance sur deux? Probable? Certain?



## ANNEXE 7



Dans une bouteille, il y a 10 billes, de 4 couleurs différentes.  
Dessine-les pour qu'il soit peu probable d'obtenir une bille rouge.



#### Etape 4 : Trace écrite

Constituer sa propre leçon (trace écrite) en créant 5 cartes pour illustrer les probabilités présentes sur l'échelle complexe de probabilités en utilisant différentes expériences aléatoires.

### Séance 5 : Jeu « Qui peut le plus ? »

#### Objectif :

- Comprendre la notion d'indépendance lors de la répétition de la même expérience aléatoire.

Cf : *Grand N* n° 80, pp. 43 à 58, 2007 :

[https://irem.univ-grenoble-alpes.fr/medias/fichier/80n5\\_1554716533304-pdf](https://irem.univ-grenoble-alpes.fr/medias/fichier/80n5_1554716533304-pdf)

Le jeu « Qui peut le plus » peut être joué selon deux modalités différentes (tirage de cartes avec ou sans remise) ce qui conditionne l'indépendance ou non.

Il semble intéressant, pour faire émerger la notion d'indépendance, de jouer selon les deux modalités et de verbaliser les différences.

## ANNEXES

Obtenir une bille verte



Impossible



Une chance  
sur deux



Certain

Obtenir une bille verte



Impossible



Une chance  
sur deux



Certain

Obtenir une bille verte



Impossible



Une chance  
sur deux



Certain

Obtenir une bille verte



Impossible



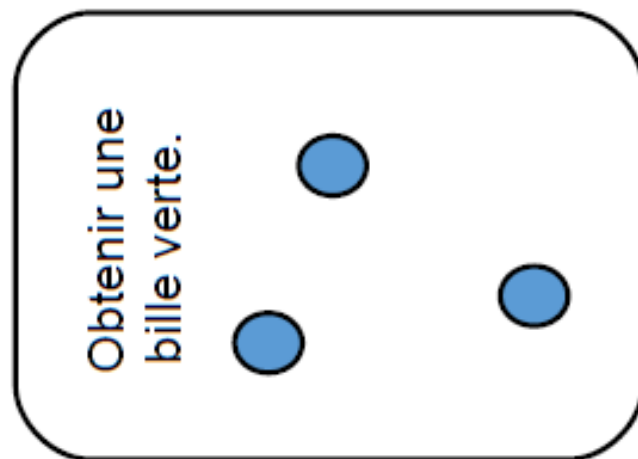
Une chance  
sur deux



Certain

1

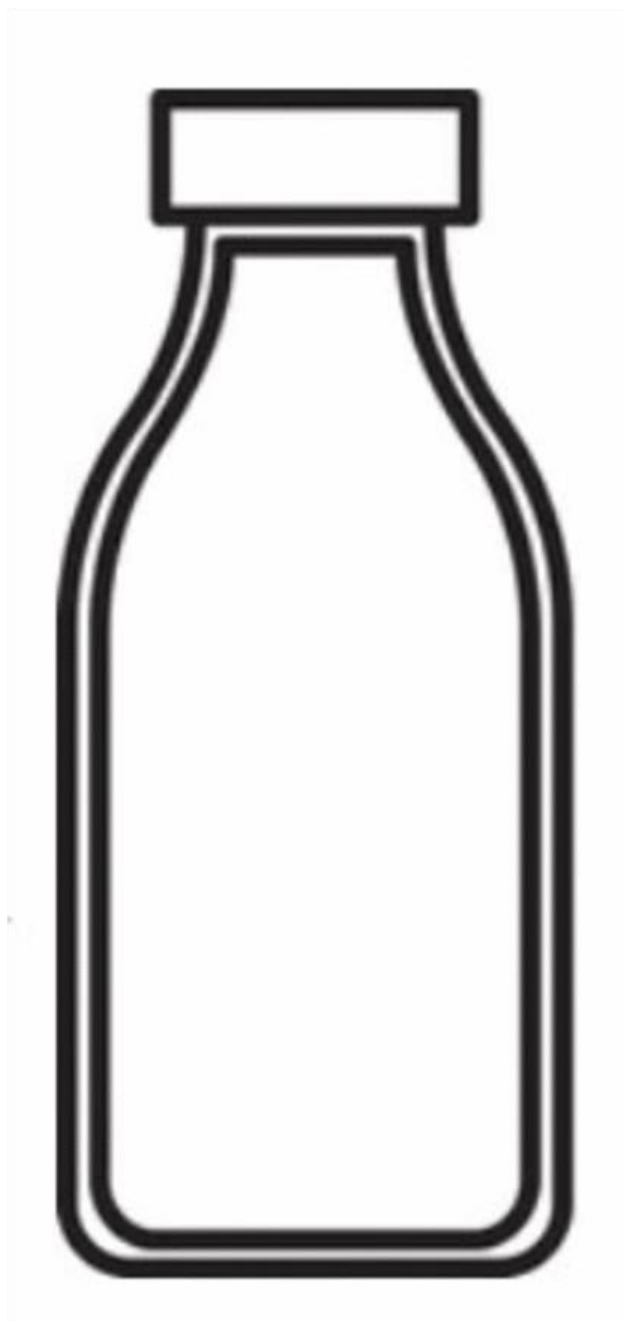
Impossible ? Certain ? Une chance sur deux ?



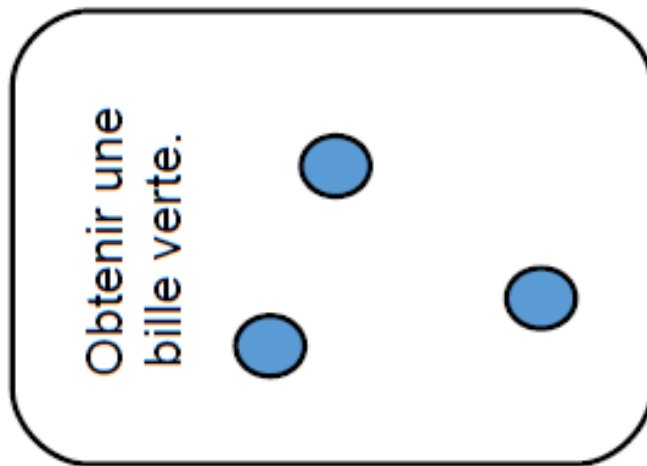
## ANNEXE 3

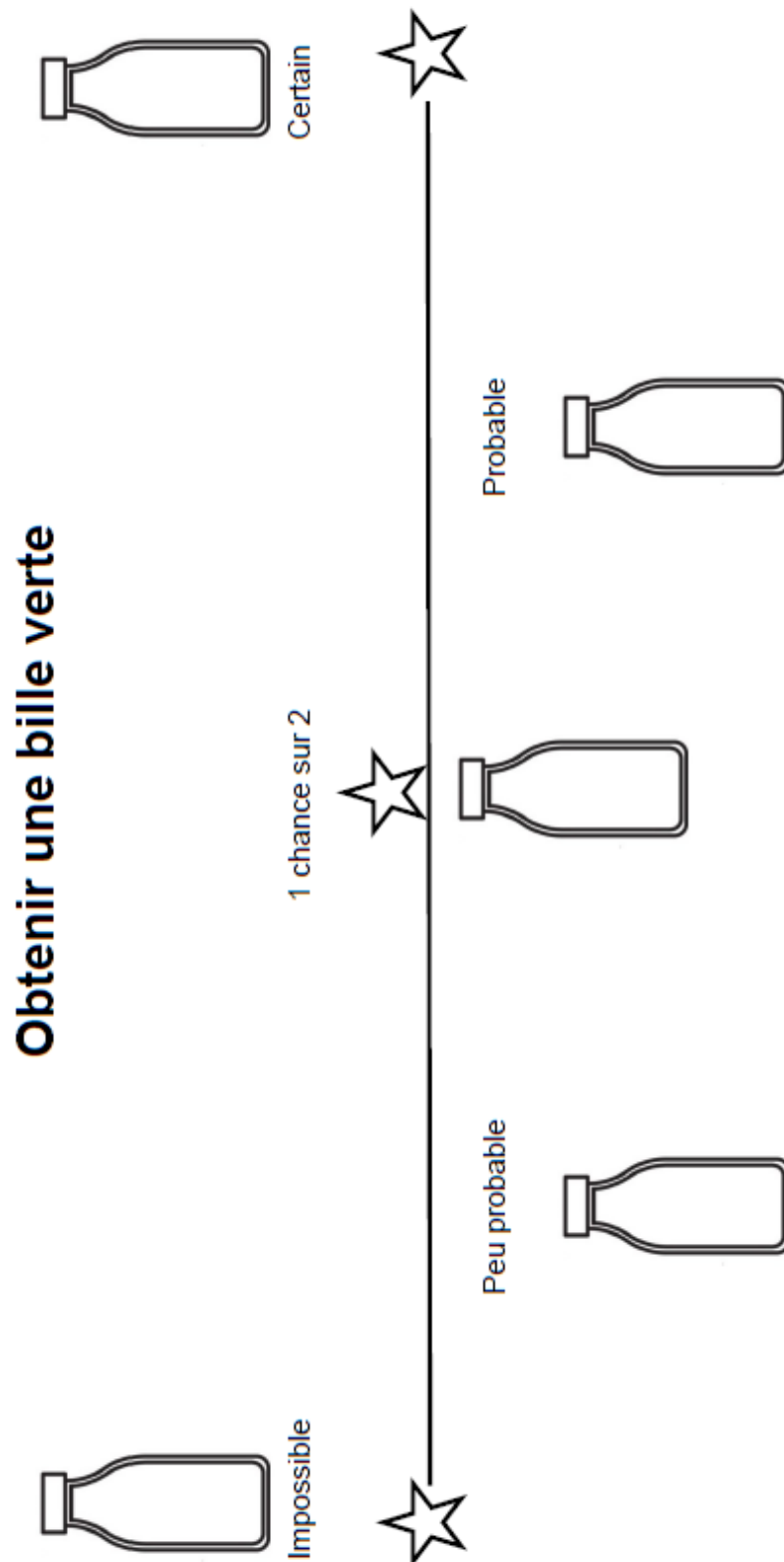
|                                         |                                                                                     |                                                                                      |
|-----------------------------------------|-------------------------------------------------------------------------------------|--------------------------------------------------------------------------------------|
| Obtenir un nombre supérieur à 7         |    |    |
| Obtenir 12                              |   |   |
| Obtenir 7                               |  |  |
| Obtenir un nombre inférieur ou égal à 6 |                                                                                     |                                                                                      |
| Obtenir un nombre impair                |                                                                                     |                                                                                      |
| Obtenir un nombre pair                  |                                                                                     |                                                                                      |

## ANNEXE 4



Impossible ? Certain ? Une chance sur deux ?







Impossible ? Peu probable ? Une chance sur deux ? Probable ? Certain ?

